

Lösningar till tentamen i kärnkemi ak den 26 april 2000

Del A

1. Reaktionen $C_2H_5^{127}I + ^{128}I = C_2H_5^{128}I + ^{127}I$ kan används för att märka etyljodid med radioaktivt ^{128}I . Vad kallas denna typ av reaktion? (1 p) Svar: Isotoputbyte
2. a. Vad är kvarkar? (2 p) b. Hur många typer finns det? (2 p) c. Vilka ingår i en proton? (2 p). Svar: a. elementarpartiklar som är bygglossar i de "vanliga" partiklarna enligt "Standardmodellen". b. Sex stycken, eller 12 stycken om man medräknar deras antipartiklar. c. Två upp- och en nedkvark.
3. Varifrån kommer naturligt bildat ^{14}C (svar med reaktionsformel)? (2 p). Svar: Långsamma neutroner (skapade av kosmisk strålning) reagerar med kväveatomer i atmosfären enligt $^{14}N(n,p)^{14}C$.
4. Hur varierar räkneraten från en detektor, med konstant dödtid och konstant verkningsgrad, med infallande strålningens intensitet (svara med en ekvation). (4 p). Svar: Ekv. 8.8a kan omformas genom att man löser ut R_{corr} och kallar denna variabel för $R_{mätt}$ vilket ger svaret $R_{mätt} = R/(1 + R \cdot t_r)$, där R är infallande strålningens intensitet och t_r dödtiden (För den som inte kommer ihåg ekv 8.8a kan svaret även härledas direkt ur definitionen på dödtid).
5. ^{190}Hg sönderfaller till en serie av dotterprodukter innan en helt stabil nuklid nås. a) Ange samtliga nuklider som ingår, inklusive modern (2p), b) Hur många av dessa är isomerer? (2p), c) Vilka är isotoner? (2p), d) Vilka är isotopa? (2p). Svar: a. Sönderfallsskedjan är $^{190}Hg(\epsilon)^{190}Au(\epsilon)^{190}Pt(\alpha)^{186}Os(\alpha)^{182}W$ (stabil), b. Inga, c. ^{190}Hg och ^{186}Os , d) Inga.
6. Förklara udda-jämn-effekten för kärnors stabilitet. (3p). Svar: Genom att protonerna är laddade medan neutronerna är oladdade uppkommer två separata energiserier för dessa. På var nivå kan högst två partiklar samexistera, med motsatt spinn. Energiskillnaden är liten mellan paren av partiklar i jämförelse med energigapet mellan nivåerna. Eftersom var partikel på en nivå ger nära samma bindningsenergi, blir denna störst för en fylld nivå, dvs jämnt antal partiklar av en viss typ. Jj-nuklider är därför alltid stabilare än uj- och ju-nuklider som i sin tur är stabilare än uu-nuklider
7. ^{222}Rn sönderfaller genom utsändning av en 5.490 MeV α -partikel. Hur stort är Q-värdet för sönderfallet? (3p). Svar: $Q_\alpha = E_\alpha \cdot (M_Z/M_{Z-2})$, vilket ger $Q_\alpha = 5.490 \cdot (222/(222-4)) = 5.591$ MeV.
8. Naturligt kalium innehåller 0.012% av ^{40}K , som är en β -strålare med halveringstiden 1.28×10^9 år. Hur stor är specifika radioaktiviteten i naturligt kalium (Bq/kg K)? (3 p)
Svar: $1 \text{ kg K} = (0.012/100) \cdot (1000/39.10) \cdot 6.022 \cdot 10^{23}$ atomer av ^{40}K /kg K = $1.848 \cdot 10^{21}$ st.
Sönderfallskonstanten ges av $\lambda = \ln(2)/(1.28 \cdot 10^9 \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 3600) \text{ s}^{-1} = 1.716 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}$. Sambandet $R = \lambda \cdot N$ ger då resultatet $R = 1.716 \cdot 10^{-17} \cdot 1.848 \cdot 10^{21} = 3.171 \cdot 10^4$ Bq/kg K
9. Vad krävs för att en radionuklidmärkt förening skall anses vara radiokemiskt ren? (2p). Svar: i) endast en radionuklid får finnas. ii) endast en märkt förening får finnas.
10. Vilka villkor gäller för att en radioaktiv jämvikt skall uppstå? (2 p). Svar: Moderns halveringstid skall vara mycket längre än samtliga döttrars halveringstider.
11. Beskriv en metod att detektera neutroner med hjälp av en gasfylld detektor (2p). Skriv reaktionsformler för detektionsprocessen. (4p). Svar: a. Tre vanliga möjligheter är i) BF_3 som räknegas, ii) Beläggning med ^{235}U på detektorns inre väggar, iii) 3He som räknegas (en av dessa räcker för rätt svar). Reaktionsformler blir i tur och ordning i) $^{10}B(n,\alpha)^7Li$, α -partikeln och/eller 7Li detekteras, ii) $^{235}U(n,f)$, bildade fissionsprodukter detekteras som högenergetiska laddade partiklar, iii) $^3He(n,p)^3H$, p^+ och/eller 3H -jonen detekteras (även här räcker det med det svar, som motsvarar den första frågans svar).

Del B

12. Dosraten i luft på 100 cm avstånd från centrum av en oskärmad sfärisk ^{137}Cs -källa uppmättes till 310 mGy/h. Antag att själva källan är punktförmig och finns mitt i en Al-sfär med 10 mm diameter. ^{137}Cs utsänder 662 keV γ (via ^{137m}Ba). Hur tjockväggigt sfäriskt blyskydd behövs runt källan för att få max 0.01 mGy/h dosrat på skyddets utsida? Skyddet skall invändigt passa till källans yttermått. (10 p).

Lösning:

För en punktförmig gammakälla utan strålskydd gäller (försumma inverka av Al-kapseln):

$$D_0 = \frac{A}{r^2} \sum_i k_i \cdot n_i \quad \text{Ekv. 7.9 utan absorber. Men Då vi känner } D_0 \text{ och } r_0 \text{ kan vi direkt beräkna resten av högerledet, F.}$$

$$\text{Gy} := \frac{\text{joule}}{\text{kg}} \quad D_0 := 310 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\text{Gy}}{\text{hr}} \quad r_0 := 100 \cdot \text{cm} \quad F := D_0 \cdot r_0^2 \quad F = 8.611 \cdot 10^{-5} \cdot \text{m}^4 \cdot \text{sec}^{-3}$$

När vi omger källan med ett blyskydd av tjockleken x gäller då:

$$D = \frac{F}{r^2} \cdot B \cdot \exp(-\mu \cdot x) \quad \text{Men vi har ett samband mellan } r \text{ och } x \text{ eftersom vi vet källans storlek (radie } 10/2 \text{ mm) och vill beräkna dosraten på skyddets ytersida (radie } x).$$

$$r = x + 5 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Nu behöver vi beräkna } \mu \text{ för bly ur data i figur 6.17. } 0.66 \text{ MeV ger: } \frac{\mu}{\rho} = 0.1 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{gm}} \quad \text{men} \quad \rho := 11350 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\mu := 0.1 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{gm}} \cdot \rho \quad \mu = 113.500 \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\text{Vi vet också att } D \text{ skall vara } 0.01 \text{ mGy/h, dvs: } D := 0.01 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\text{Gy}}{\text{hr}}$$

$$\text{Starta med antagandet att } B=1, \text{ så erhålles: } B := 1$$

$$D = \frac{F}{(x + 5 \cdot \text{mm})^2} \cdot B \cdot \exp(-\mu \cdot x) \quad \text{För en numerisk lösning definierar vi en funktion } G(x) \text{ som skall vara noll när } x \text{ har rätt värde:}$$

$$G(x) := D - \frac{F}{(x + 5 \cdot \text{mm})^2} \cdot B \cdot \exp(-\mu \cdot x) \quad \text{Ett gissat startvärde på } x \text{ behövs: } x := 5 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Nollstället blir: } \text{root}(G(x), x) = 5.670 \cdot \text{cm}$$

Nu beräknar vi relaxationslängden $\mu \cdot x$ och läser sedan av ett B -värde ur figur 6.20 i boken:

$$x := 5.670 \cdot \text{cm} \quad \mu \cdot x = 6.435 \quad B := 2.1$$

$$\text{Ny beräkning ger oss då: } \text{root}(G(x), x) = 6.358 \cdot \text{cm}$$

$$x := 6.358 \cdot \text{cm} \quad \mu \cdot x = 7.216 \quad B := 2.3$$

$$\text{Ny beräkning ger oss då: } \text{root}(G(x), x) = 7.062 \cdot \text{cm}$$

$$x := 7.062 \cdot \text{cm} \quad \mu \cdot x = 8.015 \quad B := 2.4 \quad (\text{svårt med noggrannheten})$$

$$\text{Ny beräkning ger oss då: } \text{root}(G(x), x) = 7.780 \cdot \text{cm}$$

$$x := 7.78 \cdot \text{cm} \quad \mu \cdot x = 8.830 \quad B := 2.5 \quad (\text{svårt med noggrannheten})$$

$$\text{Ny beräkning ger oss då: } \text{root}(G(x), x) = 8.509 \cdot \text{cm}$$

$$x := 8.509 \cdot \text{cm} \quad \mu \cdot x = 9.658 \quad B := 2.5 \quad (\text{svårt med noggrannheten, låt oss stanna här})$$

Svaret blir då: ca 8.51 cm tjockt blyskydd behövs.

13. ^{238}Pu ($t_{1/2}$ 87.74 år, $\sigma_{n,\gamma}$ 547 b, $\sigma_{n,f}$ 16.5 b) används ofta som kraftkälla i rymdsonder för utforskning av solsystemet. Denna nuklid tillverkas genom bestrålning av ^{237}Np ($t_{1/2}$ 2.14×10^6 år, $\sigma_{n,\gamma}$ 169 b) i kärnreaktorer. Bildad ^{238}Np ($t_{1/2}$ 2.117 d, $\sigma_{n,f}$ 2070 b) sönderfaller under och efter bestrålningen till ^{238}Pu . Bestrålningen antages ske i ett n-flöde på 4×10^{18} n/m²s. Efter vilken bestrålningstid kan man utvinna mest ^{238}Pu ur en given mängd ^{237}Np ? (10 p).

Lösning: Först definierar vi alla tvärsnitten och n-flödet

$$\begin{aligned} \text{barn} &:= 10^{-28} \cdot \text{m}^2 & \phi &:= 4 \cdot 10^{18} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1} \\ t_{238p} &:= 87.74 \cdot \text{yr} & \lambda_{238p} &:= \ln(2) \cdot t_{238p}^{-1} & \sigma_{238pn\gamma} &:= 547 \cdot \text{barn} & \sigma_{238pnf} &:= 16.5 \cdot \text{barn} \\ t_{238n} &:= 2.117 \cdot \text{day} & \lambda_{238n} &:= \ln(2) \cdot t_{238n}^{-1} & \sigma_{238nn\gamma} &:= 0 \cdot \text{barn} & \sigma_{238nnf} &:= 2070 \cdot \text{barn} \\ t_{237n} &:= 2.14 \cdot 10^6 \cdot \text{yr} & \lambda_{237n} &:= \ln(2) \cdot t_{237n}^{-1} & \sigma_{237nn\gamma} &:= 169 \cdot \text{barn} & \sigma_{237nnf} &:= 0 \cdot \text{barn} \end{aligned}$$

Diffekvationen som beskriver mängden ^{238}Pu , N_{8P} , vid en bestrålningstid, t , härleds som följer:

Mängden ^{237}Np , N_{7N} , varierar med tiden som: $N_{7N} = N_0 \cdot \exp(-t \cdot \phi \cdot \sigma_{237nn\gamma})$

(eftersom n,f tvärsnittet är noll och halveringstiden mycket lång)

För mängden ^{238}Np , N_{8N} , gäller då:
$$\frac{dN_{8N}}{dt} = N_{7N} \cdot \phi \cdot \sigma_{237nn\gamma} - N_{8N} \cdot [\lambda_{238n} + \phi \cdot (\sigma_{238nn\gamma} + \sigma_{238nnf})]$$

Insättning av sambandet N_{7N} som funktion av tiden ger nu:

$$\frac{dN_{8N}}{dt} = N_0 \cdot \exp(-t \cdot \phi \cdot \sigma_{237nn\gamma}) \cdot \phi \cdot \sigma_{237nn\gamma} - N_{8N} \cdot [\lambda_{238n} + \phi \cdot (\sigma_{238nn\gamma} + \sigma_{238nnf})]$$

Denna ekvation är av typen: $\frac{dN}{dt} + k \cdot N = f(t)$ som har den kända lösningen enligt nedan:

$$N_{8N} = e^{-k \cdot t} \cdot \int_0^{ts} e^{k \cdot t} \cdot f(t) dt + N_0 \cdot e^{-k \cdot t} \quad \text{I vårt fall kan sista termen strykas då inget } ^{238}\text{Np fanns vid } t=0$$

Insättning av $f(t)$ mm, och integrering ger nu delsvaret (med $b = \phi \cdot \sigma_{237nn\gamma}$ och $k = \lambda_{238n} + \phi \cdot (\sigma_{238nn\gamma} + \sigma_{238nnf})$):

$$N_{8N} = N_0 \cdot \frac{b}{(k - b)} \cdot (\exp(-b \cdot ts) - \exp(-k \cdot ts)) \quad b := \phi \cdot \sigma_{237nn\gamma} \quad k := \lambda_{238n} + \phi \cdot (\sigma_{238nn\gamma} + \sigma_{238nnf})$$

Nu gör vi om detta för ^{238}Pu :

$$\frac{dN_{8P}}{dt} = N_{8N} \cdot \lambda_{238n} - N_{8P} \cdot [\lambda_{238p} + \phi \cdot (\sigma_{238pn\gamma} + \sigma_{238pnf})]$$

Inför beteckningarna $c = \lambda_{238n}$, $d = \lambda_{238p} + \phi \cdot (\sigma_{238pn\gamma} + \sigma_{238pnf})$ så kan vi skriva ekv. igen på formen:

$$\frac{dN}{dt} + d \cdot N = f(t) \quad \text{Inför beteckningarna och funktionen } f(t) = N_{8N} \text{ så erhålles}$$

$$N_{8P} = e^{-d \cdot t} \cdot \int_0^{ts} e^{d \cdot t} \cdot \left[N_0 \cdot \frac{b \cdot c}{(k - b)} \cdot (\exp(-b \cdot ts) - \exp(-k \cdot ts)) \right] dt + N_0 \cdot e^{-d \cdot t} \quad \text{sista termen kan strykas även här}$$

$$N_{8P} = \frac{N_0 \cdot b \cdot c}{(d \cdot (-k + b))} \cdot \exp(-d \cdot ts) \cdot (-\exp(d \cdot ts) \cdot (\exp(-b \cdot ts) - \exp(-k \cdot ts)) + (\exp(-b \cdot ts) - \exp(-k \cdot ts)))$$

$$c := \lambda_{238n} \quad d := \lambda_{238p} + \phi \cdot (\sigma_{238pn\gamma} + \sigma_{238pnf})$$

Vi har nu skaffat oss två ekvationer, en som beskriver hur mängden ^{238}Np varierar med bestrålningstiden och en som beskriver hur mängden ^{238}Pu varierar med bestrålningstiden. I detta läge kan det vara klokt att sätta in siffrvärden för att få enklare uttryck att arbeta med.

$$k = 4.618 \cdot 10^{-6} \cdot \text{sec}^{-1} \quad b = 6.760 \cdot 10^{-8} \cdot \text{sec}^{-1} \quad c = 3.790 \cdot 10^{-6} \cdot \text{sec}^{-1} \quad d = 2.257 \cdot 10^{-7} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Sätt N_0 till 100, så blir övriga mängder % av ursprunglig mängd ^{237}Np : $N_0 := 100$

Mängder ^{238}Pu som kan utvinnas efter bestrålningen är dels den mängd som finns direkt och dels den mängd som bildas genom söndefallet av närvarande ^{238}Np (kortlivad).

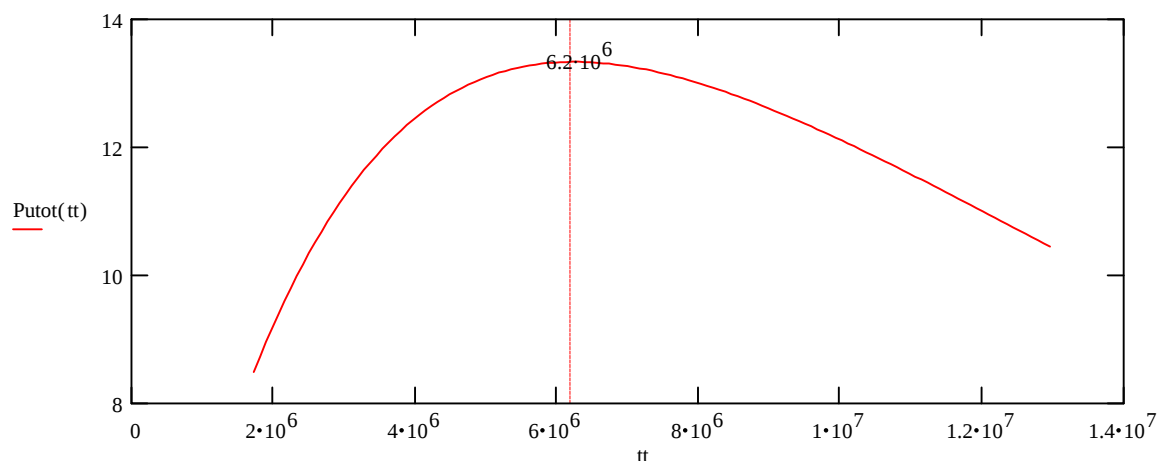
$$N_{8N}(ts) := N_0 \cdot \frac{b}{(k - b)} \cdot (\exp(-b \cdot ts) - \exp(-k \cdot ts))$$

$$N_{8P}(ts) := \frac{N_0 \cdot b \cdot c}{(d \cdot (-k + b))} \cdot \exp(-d \cdot ts) \cdot (-\exp(d \cdot ts) \cdot (\exp(-b \cdot ts) - \exp(-k \cdot ts)) + (\exp(-b \cdot ts) - \exp(-k \cdot ts)))$$

$$\text{Putot}(ts) := N_{8N}(ts) + N_{8P}(ts)$$

Enklaste sättet att söka maximum är att plotta denna funktion som funktion av tiden:

$tt := 20 \cdot \text{day}, 21 \cdot \text{day} \dots 150 \cdot \text{day}$



Sedan kan vi prova oss fram till maximum:

$$\text{Putot}(6.24 \cdot 10^6 \cdot \text{sec}) = 13.33568 \quad \text{Putot}(6.25 \cdot 10^6 \cdot \text{sec}) = 13.33569 \quad \text{Putot}(6.26 \cdot 10^6 \cdot \text{sec}) = 13.33566$$

Svaret blir således: $6.25 \cdot 10^6 \cdot \text{sec} = 72.338 \cdot \text{day}$ (och mängden ^{238}Pu blir max 13.34% av använd mängd ^{237}Np)

14. En pulverformig mineralfraktion innehåller 0.1 vikts% Cu. 1 g av pulvret skakas under 12 timmar med 1 ml av en ^{64}Cu -lösning med en specifik aktivitet på 10 GBq/g Cu. Därvid antages att ett fullständigt isotoputbyte mellan pulver och lösning sker, men lösningens Cu-halt ändras ej. 1 ml av använd ^{64}Cu lösning gav 20000 cps i en detektor vid samma tidpunkt som skakningen påbörjades. Efter centrifugering avpipetterades och mättes 0.2 ml av en lösning som varit blandad med pulvret omedelbart med samma detektor varvid aktiviteten 300 cps erhöles. Försumma detektorns bakgrund. Vad var den avpipetterade lösningens specifika aktivitet omedelbart efter skakningens slut (Bq/g Cu)? (10p)

Lösning:

Total mängd koppar i systemet: $m_{\text{Cu}} := 0.1\% \cdot 1\text{ gm}$ (vi kan försumma Cu i den aktiva utgångslösningen på grund av dess höga specifika aktivitet)

Halveringstiden för ^{64}Cu är 12.70 timmar. varför: $\lambda_{^{64}\text{Cu}} := \frac{\ln(2)}{12.70\text{ hr}}$ $\lambda_{^{64}\text{Cu}} = 1.516 \cdot 10^{-5} \cdot \text{sec}^{-1}$

$\text{Bq} := 1 \cdot \text{sec}^{-1}$ $S_o := 10 \cdot 10^9 \cdot \text{Bq} \cdot \text{gm}^{-1}$ $V_o := 1\text{ mL}$ $V_{\text{prov}} := 0.2\text{ mL}$

$R_o := 20000 \cdot \text{sec}^{-1}$ $R_{\text{prov}} := 300 \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \exp(\lambda_{^{64}\text{Cu}} \cdot 12 \cdot \text{hr})$ (korrigerat för sönderfall under 12 timmars skakning)

Före utbytet: $S_o \cdot C_o \cdot V_o \text{ Bq} = R_o / \psi \text{ Bq}$

Efter utbytet: $s \cdot C_o \cdot V_o + s \cdot m_{\text{Cu}} \text{ Bq}; s \cdot C_o \cdot V_{\text{prov}} = R_{\text{prov}} / \psi \text{ Bq}$

$$\frac{R_o}{\psi} = S_o \cdot C_o \cdot V_o \quad \frac{R_{\text{prov}}}{\psi} = s \cdot C_o \cdot V_{\text{prov}} \quad \frac{\frac{R_o}{\psi}}{\frac{R_{\text{prov}}}{\psi}} = \frac{S_o \cdot C_o \cdot V_o}{s \cdot C_o \cdot V_{\text{prov}}} \quad \frac{R_o}{R_{\text{prov}}} = S_o \cdot \frac{V_o}{s \cdot V_{\text{prov}}}$$

$$s := S_o \cdot V_o \cdot \frac{R_{\text{prov}}}{R_o \cdot V_{\text{prov}}} \quad s = 1.444 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{Bq}}{\text{gm}}$$

15. En linac levererar $^{20}\text{Ne}^{4+}$ joner med energin 20 MeV/A. Efter target placeras en Faraday-kopp. Under en 10 minuters bestrålning uppsamlades 1.25 μC från denna kopp. Beräkna medelflödet av ^{20}Ne -joner under bestrålningen med hänsyn till de uppsamlade jonernas genomsnittsladdning. (10p)

Lösningsmetod: Vid passagen av target ökar neonjonernas laddning. Vi behöver därför först beräkna deras medelladdning efter passagen med hjälp av ekv. 13.2 och sedan använda detta värde för att omvandla den uppmätta strömmängden till partikelintensitet med hjälp av ekv. 13.3.

$$c := 299792458 \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-1} \quad \text{keV} := 1.60217733 \cdot 10^{-16} \cdot \text{joule} \quad \text{MeV} := 10^3 \cdot \text{keV} \quad N_A := 6.0221367 \cdot 10^{23} \cdot \text{mole}^{-1}$$

$$Z_{\text{Ne}} := 10 \quad A := 20 \quad M_{\text{wNe}} := 20 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1}$$

$$\text{Hastigheten erhålles ur jonernas vilomassa och deras energi:} \quad E_{\text{kin}} := 20 \cdot \text{MeV} \cdot A$$

$$E_{\text{kin}} = \Delta m \cdot c^2 \quad m_0 := \frac{M_{\text{wNe}}}{N_A} \quad \Delta m := \frac{E_{\text{kin}}}{c^2} \quad m_{\text{jon}} := m_0 + \Delta m$$

Lorenz transformen (ekv. 4.19) ger sedan sambandet:

$$m_{\text{jon}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_{\text{jon}}}{c}\right)^2}} \quad \text{vilket ger:} \quad v_{\text{jon}} := c \cdot \sqrt{1 - \frac{m_0^2}{m_{\text{jon}}^2}} \quad v_{\text{jon}} = 6.114 \cdot 10^7 \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$\text{Nu tillämpar vi ekv. 13.2:} \quad z := Z_{\text{Ne}} \cdot \left[1 + \left(\frac{v_{\text{jon}}}{3.6 \cdot 10^6 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}} \cdot Z_{\text{Ne}}^{0.45}} \right)^{-1.67} \right]^{-0.6} \quad z = 9.713$$

Och slutligen ekv. 13.3: $i = q_e \cdot z \cdot I_0$ där I_0 är jonstrålens intensitet i partiklar/sekund

$$q_e := 1.60217733 \cdot 10^{-19} \cdot \text{coul} \quad Q := 0.112 \cdot 10^{-6} \cdot \text{coul} \quad \Delta t := 10 \cdot \text{min}$$

$$\text{Den elektriska strömstyrkan nu ges av:} \quad i := \frac{Q}{\Delta t} \quad i = 1.867 \cdot 10^{-10} \cdot \text{amp}$$

$$\text{Strålstyrkan ges sedan av:} \quad I_0 := \frac{i}{q_e \cdot z} \quad I_0 = 1.200 \cdot 10^8 \cdot \text{sec}^{-1}$$