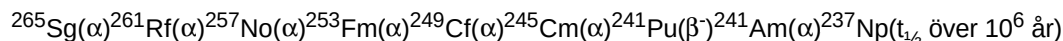


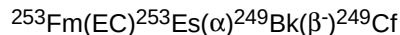
Lösningar till tentamen i Kärnkemi ak den 27 januari 2001

Del A

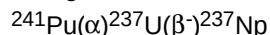
1. En sönderfallskedja börjar med ^{265}Sg . Vilka nuklider ingår i denna? Du kan avsluta sönderfallskedjan när du når en nuklid som har halveringstid längre än 10^6 år. (2p) Svar: Det finns en huvudväg som startar med den aktuella nukliden. Den är:



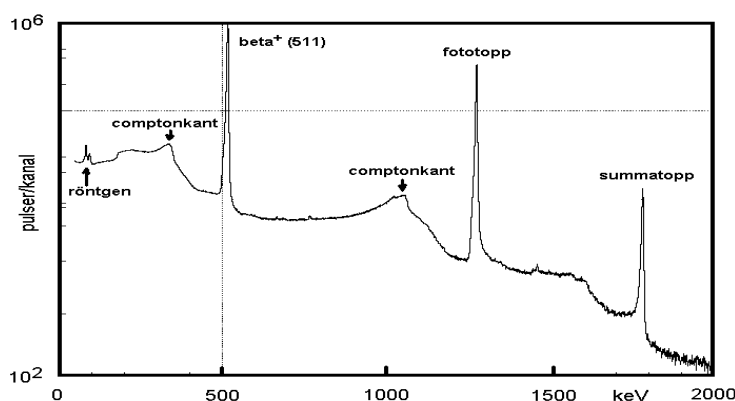
Denna kedja kan emellertid grenas efter ^{253}Fm och återansluta vid ^{249}Cf . Denna sidogren blir då:



Slutligen kan vi ha en kort 2:a sidogren enligt:



2. Vid β^+ -sönderfall av ^{22}Na utsänds gammastrålning med energin $^{1275}\text{ keV}$. Rita upp det gammaspektrum som erhålls då man mäter på ett ^{22}Na -preparat med en HPGe-detektor. Förklara spektrums utseende. (5p) Svar: Nedanstående figur visar hur ett sådant uppmätt spektrum ser ut och vilka toppar som är vilka:



4. Beskriv de säkerhetsbarriärer som finns i det planerade svenska slutförvaret för använt kärnbränsle. (5p) Svar: Barriärer mot spridning av radioaktiva ämnen från slutförvar är: avfallsformen, strålskyddet, kapseln, lerzonen, berget.

5. I en tryckvattenreaktor bildas ^{11}C genom reaktionen $^{11}\text{B}(p,n)^{11}\text{C}$. Varifrån kommer dessa protoner? (4p) Svar: De slås loss från vatten vid termalisering av neutroner med tillräckligt hög energi.

6. Hur kan man enkelt avgöra om ett radioaktivt nedfall kommer från en reaktorolycka eller en kärnvapenexplosion? (2p) Svar: I nedfall från kärnvapenexplosioner förekommer praktiskt taget inget ^{134}Cs utan enbart ^{137}Cs . I radioaktivt material från ett reaktorhaveri finns jämförbara aktiviteter av ^{134}Cs och ^{137}Cs . Orsaken är att ^{134}Cs inte ingår i någon av klyvningsprodukternas sönderfallskedjor utan bildas långsamt genom n-bestrålning av stabilt ^{133}Cs under reaktordriften.

7. Hur definieras K-värdet för en cyklotron? (1p) Svar: $K = E_{\text{max}} \cdot A/z^2$ där E_{max} är högsta möjliga energin, A masstalet och z laddningen hos de joner som accelereras.

8. Vad är skillnaden mellan transient och sekulär radioaktiv jämvikt? (1p) Svar: Vid sekulär jämvikt är sönderfallsraten hos samtliga döttrar samma som hos den mycket mer långlivade moderns. Vid transient jämvikt sönderfaller modern med en halveringstid som längre, men inte mycket lång i jämförelse med dotter eller döttrar.

9. Hur beräknas rekylenergin vid α - och β - sönderfall resp. utsändning av γ -strålning? Ange formler. (3p) Svar:

$$\alpha\text{-sönderfall } E_r = Q_\alpha \cdot M_\alpha / M_Z = E_\alpha \cdot M_\alpha / M_{Z-2};$$

$$\beta\text{-sönderfall } E_r = m_e E_{\text{max}} / m_d + E_{\text{max}}^2 / (2m_d c^2);$$

$$\gamma\text{-utsändning } E_r = E_\gamma^2 / (2m_d c^2)$$

10. Redogör för två metoder (inkl. formler) att mäta flödes hastigheter med hjälp av radionuklider. (4p) Svar:

a) Flödet sker genom en kanal eller ett rör med konstant tvärsnittsarea, A. Man injicerar en kort puls av en stamlösning av aktuell radionuklid och mäter sedan på avståndet d nedströms när pulsen anländer. Skillnaden i tid mellan injektion och pulsmaximum, Δt , utnyttjas sedan i följande ekvation för att beräkna flödes hastigheten v; $v = A \cdot d / \Delta t$

b) Man injicerar en känd aktivitet, A_0 , uppströms i ett rör eller kanal med tvärsnittet A och mäter sedan kontinuerligt aktiviteten nedströms med en detektor som har verkningsgraden Ψ . Totalt uppsamlat pulstal nedströms, R_{tot} , används sedan i följande ekvation; $v = A \Psi A_0 / R_{\text{tot}}$

11. Tunga grundämnen som t.ex. ^{257}Rf kan överföras från vacuumet i en masseparator till en kemisk separationsanläggning genom att de får passera genom ett fönster som består av en folie med tjocklek ca 2 mg/cm². Detta fungerar om nukliderna produceras genom kall fusion, t.ex. $^{208}\text{Pb}(^{50}\text{Ti},n)^{257}\text{Rf}$, men inte varm fusion, t.ex. $^{249}\text{Cf}(^{12}\text{C},4n)^{257}\text{Rf}$. Vad beror denna skillnad på? (4p) Svar: Den tyngre projektil som utnyttjas i kall fusion ger så hög rekyl hos den bildade produkten att den kan passera igenom fönstret.

12. Om ett β -strålande preparat på en tunn plastfolie mäts fritt i luften fås en lägre räknehastighet än om samma preparat placeras på en tjock Al-platta, även om mätgeometrin är densamma. Vad beror detta på? (3p) Svar: Aluminiumplattan bakom preparatet orsakar större återspridning av β -partiklar.

13. Hur förklarar man udda-jämneffekten i atomkärnors stabilitet? (1p) Svar: Protoner och neutroner bildar skilda energistegar på grund av att neutronerna är elektriskt oladdade medan de laddade protonerna repellerar varandra. I dessa energistegar paras partiklarna med motsatt spinn på var energinivå. Om både neutroner och protoner är parade på den högsta energinivån (j-j nuklid) kan kärnan inte minska sin energi genom att omvandla neutron till proton eller proton till neutron eftersom ingen ledig plats finns tillgänglig på jämförbar energinivå. Kärnor med en udda neutron eller en udda proton (u-j och j-u nuklider) har en högre energi då den udda partikeln måste befinna sig i en högre energinivå. Slutligen har kärnor med två udda partiklar, en av var sort, möjlighet att minska sin energi genom att den partikel som befinner sig ensam på den högsta energinivån omvandlas till den andra typen och paras med den tidigare ensamma partikeln på den lägre energinivån.

14. Som vilka joner förekommer Th, U, Np resp. Cm i en sur, luftad vattenlösning? (4p) Svar: Th^{4+} , UO_2^{2+} , NpO_2^{+} och Cm^{3+} .

Del B

15. En liten mängd galliumoxid bestrålades i ett termiskt n-flöde på $2 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ under 1 dygn. Provet mättes med en HPGe detektor under 15 minuter med början 1 timme efter bestrålningens slut. Bildad ^{70}Ga ($t_{1/2}$ 21.15 minuter) gav ett pulstal som motsvarade 4860 sönderfall under mätningen medan ^{72}Ga ($t_{1/2}$ 14.1 timmar) gav ett pulstal som motsvarade 54001 sönderfall av denna nuklid. n, γ tvärsnittet för ^{71}Ga är 4.71 b. Vad är n, γ tvärsnittet för ^{69}Ga om n, γ reaktioner hos bildade nuklider kan försummas? (10p).

Lösning: (OBS! n-flödet behöver ej användas, som framkommer senare)

$$Bq := \text{sec}^{-1} \quad \text{barn} := 10^{-28} \cdot \text{m}^2$$

För båda nukliderna gäller följande tider:

$$t_{irr} := 1 \cdot \text{day} \quad t_{cool} := 1 \cdot \text{hr} \quad t_{mät} := 15 \cdot \text{min}$$

För $^{71}\text{Ga}(n, \gamma)^{72}\text{Ga}$ gäller nu:

$$\sigma_{71\text{Ga}} := 4.71 \cdot \text{barn}$$

$$t_{1/2 72\text{Ga}} := 14.1 \cdot \text{hr} \quad \lambda_{72\text{Ga}} := \frac{\ln(2)}{t_{1/2 72\text{Ga}}} \quad \lambda_{72\text{Ga}} = 1.366 \cdot 10^{-5} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$R_{72\text{Ga}} := \frac{54001}{t_{mät}} \quad R_{72\text{Ga}} = 60.001 \cdot Bq$$

Ekvation (15.8a) ger: $k_{71\text{Ga}} = \phi \cdot \sigma_{71\text{Ga}} \cdot N_{71\text{Ga}}$

Ekvation (15.7) ger sedan: $R_{72\text{Ga}} = \lambda_{71\text{Ga}} \cdot \left(\frac{k_{71\text{Ga}}}{\lambda_{71\text{Ga}}} \right) \cdot \left(1 - \exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{irr}) \right) \cdot \exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{cool})$

Inför värdet på $k_{71\text{Ga}}$ och förenkla så erhålles för ^{71}Ga :

$$R_{72\text{Ga}} = \phi \cdot \sigma_{71\text{Ga}} \cdot N_{71\text{Ga}} \cdot \left(1 - \exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{irr}) \right) \cdot \exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{cool})$$

För $^{69}\text{Ga}(n,\gamma)^{70}\text{Ga}$ gäller samtidigt:

$$t_{1/2}^{70\text{Ga}} := 21.15 \cdot \text{min} \quad \lambda_{70\text{Ga}} := \frac{\ln(2)}{t_{1/2}^{70\text{Ga}}} \quad \lambda_{70\text{Ga}} = 5.462 \cdot 10^{-4} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Då mättiden här inte är försumbar i jämförelse med halveringstiden beräknar vi $R_{70\text{Ga}}$ som följer:

$$\Delta N_{70\text{Ga}} := 4860 \quad \Delta N_{70\text{Ga}} = N_{70\text{Ga}} \cdot \left(1 - \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{mät}})\right)$$

$$N_{70\text{Ga}} := \frac{\Delta N_{70\text{Ga}}}{\left(1 - \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{mät}})\right)} \quad N_{70\text{Ga}} = 1.251 \cdot 10^4$$

$$R_{70\text{Ga}} := N_{70\text{Ga}} \cdot \lambda_{70\text{Ga}} \quad R_{70\text{Ga}} = 6.836 \cdot \text{Bq}$$

På samma sätt som för ^{71}Ga kan vi nu skriva ekv.:

$$R_{70\text{Ga}} = \phi \cdot \sigma_{69\text{Ga}} \cdot N_{69\text{Ga}} \cdot \left(1 - \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{irr}})\right) \cdot \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{cool}})$$

Om vi nu dividerar uttrycken för $R_{72\text{Ga}}$ och $R_{70\text{Ga}}$ får vi följande ekvation:

$$\frac{R_{72\text{Ga}}}{R_{70\text{Ga}}} = \frac{\phi \cdot \sigma_{71\text{Ga}} \cdot N_{71\text{Ga}} \cdot \left(1 - \exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{\text{irr}})\right) \cdot \exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{\text{cool}})}{\phi \cdot \sigma_{69\text{Ga}} \cdot N_{69\text{Ga}} \cdot \left(1 - \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{irr}})\right) \cdot \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{cool}})}$$

För naturligt gallium gäller enligt isotopkartan att $x_{69\text{Ga}} = 60\%$ och $x_{71\text{Ga}} = 40\%$, varför vi får följande samband mellan $N_{69\text{Ga}}$ och $N_{71\text{Ga}}$:

$$x_{69\text{Ga}} := 60 \cdot \% \quad x_{71\text{Ga}} := 40 \cdot \%$$

$$\text{Således gäller:} \quad \frac{N_{71\text{Ga}}}{N_{69\text{Ga}}} = \frac{x_{71\text{Ga}}}{x_{69\text{Ga}}}$$

För vi in detta i ekvationen får vi:

$$\frac{R_{72\text{Ga}}}{R_{70\text{Ga}}} = \frac{\phi \cdot \sigma_{71\text{Ga}} \cdot x_{71\text{Ga}} \cdot \left(1 - \exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{\text{irr}})\right) \cdot \exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{\text{cool}})}{\phi \cdot \sigma_{69\text{Ga}} \cdot x_{69\text{Ga}} \cdot \left(1 - \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{irr}})\right) \cdot \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{cool}})} \quad (\phi \text{ kan kortas bort och dess värde behövs således inte})$$

$$\text{Sätt:} \quad K := \frac{\sigma_{71\text{Ga}} \cdot x_{71\text{Ga}} \cdot R_{70\text{Ga}}}{R_{72\text{Ga}} \cdot x_{69\text{Ga}}}$$

Lös ut $\sigma_{69\text{Ga}}$:

$$\sigma_{69\text{Ga}} := K \cdot \frac{\exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{\text{cool}}) - \exp[-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot (t_{\text{cool}} + t_{\text{irr}})]}{\left[\exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{cool}}) - \exp[-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot (t_{\text{cool}} + t_{\text{irr}})]\right]}$$

$$\sigma_{69\text{Ga}} = 1.685 \cdot 10^{-28} \cdot \text{m}^2 \quad \text{Men } 1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2 \quad \text{Svaret blir } 1.685 \text{ barn, som bör avrundas till } 1.69 \text{ barn.}$$

16. Vid undersökning av hjärnfunktionen hos ett medvetslöst trafikoffer, kroppsvikt 95 kg, injicerades 300 MBq ^{99m}Tc som NaTcO_4 lösning i en halsven. Uppskatta helkroppsekvivalentdosen om ^{99m}Tc antages vara jämnt fördelat i kroppen omedelbart efter injektionen med en biologisk halveringstid på 23 timmar. Försumma strålning som lämnar kroppen via huden. (10p)

Lösning (använd effektiv medellivslängd för att slippa integrera):

Definitioner av enheter mm.

$$\begin{aligned} Bq &:= \text{sec}^{-1} & keV &:= 1.60217733 \cdot 10^{-16} \cdot \text{joule} & Gy &:= \text{joule} \cdot \text{kg}^{-1} \\ Sv &:= \text{joule} \cdot \text{kg}^{-1} & mSv &:= 10^{-3} \cdot Sv \end{aligned}$$

Sifferuppgifter i talet och nuklidkartan:

$$\begin{aligned} m_{\text{kropp}} &:= 95 \cdot \text{kg} & t_{\text{hfys}} &:= 6.01 \cdot \text{hr} & t_{\text{hbiol}} &:= 23 \cdot \text{hr} \\ A_0 &:= 300 \cdot 10^6 \cdot Bq & E_{\gamma} &:= 142 \cdot \text{keV} \end{aligned}$$

Beräkna den effektiva biologiska halveringstiden för ^{99m}Tc :

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{eff}} &:= \frac{\ln(2)}{t_{\text{hfys}}} + \frac{\ln(2)}{t_{\text{hbiol}}} & \lambda_{\text{eff}} &= 4.041 \cdot 10^{-5} \cdot \text{sec}^{-1} \\ t_{1/2\text{eff}} &:= \frac{\ln(2)}{\lambda_{\text{eff}}} & t_{1/2\text{eff}} &= 4.765 \cdot \text{hr} \end{aligned}$$

För den effektiva medellivslängden, τ_{eff} , gäller då:

$$\tau_{\text{eff}} := \frac{1}{\lambda_{\text{eff}}} \quad \tau_{\text{eff}} = 2.475 \cdot 10^4 \cdot \text{sec}$$

Antalet sönderfall i kroppen blir nu:

$$\Delta N := A_0 \cdot \tau_{\text{eff}} \quad \Delta N = 7.424 \cdot 10^{12}$$

Vilket ger en total helkroppsdos som är:

$$D := \frac{E_{\gamma} \cdot \Delta N}{m_{\text{kropp}}} \quad D = 1.778 \cdot 10^{-3} \cdot \text{Gy}$$

För nuklider som bara utsänder γ -strålning (låg LET), fördelas jämnt i kroppen och där strålningsförlusterna till omgivningen försummas kan ekv. 18.2 förenklas, ty både Σw_T och w_R är då 1, varför $H_E(\text{Sv}) = D(\text{Gy})$, sid 482 i läroboken:

$$H_E := 1 \cdot D \quad H_E = 1.78 \cdot 10^{-3} \cdot \text{Sv} \quad \text{eller} \quad H_E = 1.78 \cdot \text{mSv}$$

Svaret blir således 1.78 mSv

17. För att generera el-energi i satelliter kan man nyttja termoelement. Dessa kyles därvid vid ett lödställe genom utstrålning till rymden och värmes vid ett genom den hetta som utvecklas i ett radioaktivt preparat. Genom oundvikliga värmeförluster samt den relativt höga temperatur som kräves för att ge den nödvändiga kylningen genom utstrålning kan endast 3.5% av värmeeffekten nyttjas i form av el-energi. ^{90}Sr i form av strontiumtitanat (SrTiO_3) har de nödvändiga egenskaperna för detta ändamål. Hur stor mängd (g) strontiumtitanat kräves för en generator som kan leverera 60 W el-effekt? När har effekten nedgått till 50 W ? (10p)

Sönderfallsskedja enligt nuklidkartan: $^{90}\text{Sr} > ^{90}\text{Y} > ^{90}\text{Zr}(\text{stabil})$

Definition av konstanter och enheter:

$$eV := 1.60217733 \cdot 10^{-19} \cdot \text{joule} \quad MeV := 10^6 \cdot eV \quad N_A := 6.0221367 \cdot \frac{10^{23}}{\text{mole}}$$

Numeriska värden som behövs:

$$M_{\text{SrTiO}_3} := (90 + 47.90 + 3 \cdot 16.0) \cdot \frac{\text{gm}}{\text{mole}}$$

$$E_{\text{max}90\text{Sr}} := 0.5 \cdot \text{MeV} \quad E_{\text{max}90\text{Y}} := 2.3 \cdot \text{MeV}$$

$$t_{\text{halv}90\text{Sr}} := 28.5 \cdot \text{yr} \quad \lambda_{90\text{Sr}} := \frac{\ln(2)}{t_{\text{halv}90\text{Sr}}}$$

Antag radioaktiv jämvikt, dvs varje sönderfall av ^{90}Sr ger också ett sönderfall av dottern ^{90}Y

$$Q_{\beta\text{eff}} := (E_{\text{max}90\text{Sr}} + E_{\text{max}90\text{Y}}) \cdot 0.3 \quad \text{Försumma rekylenenergierna vid } \beta\text{-sönderfallen}$$

Numeriska data från texten.

$$P_0 := 60 \cdot \text{watt} \quad \eta := 3.5 \cdot \%$$

Beräkningsgång:

$$P_0 = \eta \cdot (Q_{\beta\text{eff}} \lambda_{90\text{Sr}} N_{90\text{Sr}}) \quad \text{Lös ekv map } N_{90\text{Sr}} \quad N_{90\text{Sr}} := \frac{P_0}{(Q_{\beta\text{eff}} \lambda_{90\text{Sr}}) \cdot \eta}$$

Antalet atomer av ^{90}Sr ger oss sedan vikten av titanat genom följande beräkning:

$$m_{\text{SrTiO}_3} := \frac{N_{90\text{Sr}}}{N_A} \cdot M_{\text{SrTiO}_3} \quad m_{\text{SrTiO}_3} = 5.102 \cdot \text{kg}$$

Den andra delfrågan var när effekten nedgått från 60W till 50W. Vid andra tider gäller: $P(t) = P_0 \cdot e^{-\lambda t}$, vilken kan omformas till: $t = \ln(P_0/P(t))/\lambda$. I det aktuella fallet gällde att P_0 var 60W och P var 50W samt att t skulle beräknas.

$$P_t := 50 \cdot \text{watt} \quad t_{50} := \frac{\ln\left(\frac{P_0}{P_t}\right)}{\lambda_{90\text{Sr}}} \quad t_{50} = 2.366 \cdot 10^8 \cdot \text{sec} \quad t_{50} = 7.496 \cdot \text{yr}$$

El-effekten har således minskat till 50W efter 7.5 år.

18. För att framdriva rymdfarkoster till höga hastigheter Dessa kan ses som enkla accelleratorer för laddade partiklar. Om en sådan jonmotor avger 10 MeV protoner samtidigt som farkostens elektroneutralitet bibehålles genom emission av elektroner från en glödkatod (energin hos dessa försummas),

(a) vilken framdrivande kraft erhålles vid jonströmmen 10 mA? (3p)

(b) Vad blir hastigheten efter 10 års drift om farkosten väger 10000 kg i början och står stilla? (4p)

(c) Hur mycket vätgas har förbrukats under 10 år? (3p)

Försumma inverkan av eventuella gravitationsfält.

Den första sak som vi måste ta reda på är om farkostens vikt minskar påtagligt genom förbrukning av vätgas. Sedan beräknar vi rekylenergin från en proton och summerar till aktuell strömstyrka för att få reaktionskraften.

Data, konstanter och enheter:

$$N_A := 6.0221367 \cdot 10^{23} \cdot \text{mole}^{-1}$$

$$M_H := 1.00797 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1}$$

$$F := 96485.309 \cdot \text{coul} \cdot \text{mole}^{-1}$$

$$m_{Op} := 1.6726231 \cdot 10^{-27} \cdot \text{kg}$$

$$\text{MeV} := 1.60217733 \cdot 10^{-13} \cdot \text{joule}$$

$$c := 299792458 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$t_{tot} := 10 \cdot \text{yr} \quad m_{farkost} := 10000 \cdot \text{kg} \quad I_p := 10 \cdot \text{mA}$$

$$q_e := 1.60217733 \cdot 10^{-19} \cdot \text{coul}$$

Nu kan totala förbrukningen av väte beräknas enligt följande:

$$m_H := \frac{I_p \cdot t_{tot}}{F} \cdot M_H$$

$$m_H = 0.033 \cdot \text{kg}$$

Detta är helt försumbart i jämförelse med startvikten på 10000 kg. Vi kan därför antaga att vikten hos farkosten är konstant.

Nu betraktar vi farkostens ändring i impulsmoment, Δp , när en proton skjuts ut med energin 10 MeV. Vi börjar med att beräkna protonens massa och hastighet med hänsyn till att den har relativistisk massa.

$$\Delta E := 10 \cdot \text{MeV} \quad \Delta E = (m_p - m_{Op}) \cdot c^2 \quad m_p := \frac{\Delta E + c^2 \cdot m_{Op}}{c^2} \quad m_p = 1.69 \cdot 10^{-27} \cdot \text{kg}$$

Sedan tillämpar vi Lorenz transformationen för att beräkna protonens hastighet:

$$m_p = \frac{m_{Op}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \beta := \sqrt{1 - \left(\frac{m_{Op}}{m_p}\right)^2} \quad \beta = \frac{v_p}{c} \quad v_p := \beta \cdot c \quad v_p = 4.342 \cdot 10^7 \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$\text{Protonens ändring i impulsmoment är nu: } \Delta p := m_p \cdot v_p \quad \Delta p = 7.34 \cdot 10^{-20} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Därefter beräknar vi hur många protoner som motsvarar 10 mA ström:

$$n_p := \frac{I_p}{q_e} \quad n_p = 6.242 \cdot 10^{16} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Den framdrivande kraften är ändring i hastighet per tidsenhet (accelerationen) gånger farkostens massa:

$$a := \frac{n_p \cdot \Delta p}{m_{farkost}} \quad a = 4.582 \cdot 10^{-7} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-2} \quad F := m_{farkost} \cdot a \quad F = 4.582 \cdot 10^{-3} \cdot \text{newton}$$

$$\text{Under tio år blir antalet utsända protoner: } N_p := n_p \cdot t_{tot} \quad N_p = 1.97 \cdot 10^{25}$$

Men dessa protoner gav alla samma ändring i farkostens impulsmoment. Totala ändringen i farkostens impulsmoment, ΔP , blir då:

$$\Delta P := N_p \cdot \Delta p \quad \Delta P = 1.446 \cdot 10^6 \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Farkostens vikt var konstant, varför hastighetsändringen blir:

$$\Delta V := \frac{\Delta P}{m_{farkost}} \quad \Delta V = 144.58 \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-1} \quad \text{eller} \quad \Delta V = 520.487 \cdot \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$$