Lösningar till tentamen i Kärnkemi ak den 21 april 2001

Konstanter och definitioner som gäller hela tentan:

$eV := 1.60217733 \cdot 10^{-19} \cdot joule$ $\quad keV := 1000 \cdot eV$ $\quad MeV := 1000 \cdot keV$ $\quad Gy := \frac{joule}{kg}$

$N_A := 6.0221367 \cdot 10^{23} \cdot mole^{-1}$ $\quad Bq := sec^{-1}$ $\quad MBq := 10^6 \cdot Bq$

$barn := 10^{-28} \cdot m^2$

Del A

1. Massöverskottet för ^{148}Sm är -79.346 MeV, för ^{144}Nd -83.757 MeV och för ^{4}He 2.42492 MeV. Beräkna: a) Q-värdet för reaktionen ^{148}Sm (α) ^{144}Nd? (2p) b) Den utsända α-partikelns energi? (2p) Svar:

$Q_\alpha := -(-83.757 + 2.42492 - (-79.346)) \cdot MeV$ $\quad Q_\alpha = 1.986 \cdot MeV$

$M_m := 148$ $\quad M_d := 144$ $\quad E_\alpha := Q_\alpha \cdot \frac{M_d}{M_m}$ $\quad E_\alpha = 1.932 \cdot MeV$

2. Det finns två grundämnen med lägre atomnummer än vismut som inte är naturligt förekommande på jorden. Vilka är dessa? (ange fullständigt namn och kemisk symbol) (4p) Svar: Teknetium, Tc och Prometium, Pm.

3. ^{40}K sönderfaller via två vägar; EC och β^+ följt av γ. Den utsända γ-strålningen har energin 1.47 MeV. a) Vilka energier har de två mest intensiva topparna i ett γ-spektrum från ^{40}K? (2p) b) I spektrat förekommer förutom dessa två och röntgenlinjer och även två skarpa toppar med lägre energi. Vad är dessa toppars energi och vad kallas de? (4p) Svar a) 1.47 MeV (fototoppen) och 0.51 MeV (förintelsetopp). Dessa toppar har högst intensitet eftersom de motsvarar den primärt utsända strålningen, b) 0.96 MeV "escape" topp och 0.45 MeV dubbel "escape" topp. Dessa toppar har låg intensitet.

4. Beskriv funktionssätt och skillnader mellan en GM-detektor, en proportionaldetektor och en jonkammare? (6p) Svar: *GM-detektorn* arbetar med en spänning som leder till en fortskridande urladdning tills denna stoppas genom elektrisk eller kemisk släckning. Mycket stor gasförstärkning. Inget samband mellan strålningens typ och energi och pulshöjden. *Proportionaldetektorn* arbetar vid en lägre spänning där gasförstärkningen fortfarande är betydande men där urladdningen upphör spontant och där det finns ett samband mellan strålningens typ och energi och pulshöjden. *Jonkammaren* har så låg spänning att ingen gasförstärkning förekommer. Det finns ett samband mellan strålningens avgivna energi och pulshöjden.

5. Beskriv vad som menas med radioaktiv jämvikt och när denna kan inträffa. (2p) Svar: Radioaktiv jämvikt råder när samtliga nuklider i en sönderfallskedja har samma sönderfallshastighet som modern. För detta krävs att moderns halveringstid är mycket längre än halveringstiderna för övriga medlemmar i kedjan.

6. a) Vilka nuklider ingår i den isobarkedja som börjar med nukliden ^{144}Cs? (2p) b) Vilka övriga nuklider är döttrar till ^{144}Cs? (2p) c) Vilka av samtliga nuklider (från a och b ovan) är isotopa? (2p) d) Vilka är isotona? (1p) e) Vilka är isomerer? (1p) Svar: a) ^{144}Cs, ^{144}Ba, ^{144}La, ^{144}Ce, ^{144}Pr, ^{144}Nd, b) ^{140}Ce, c) ^{140}Ce, ^{144}Ce, d) Inga, e) Inga.

7. Vilka av aktiniumseriens grundämnen har (I) som mest stabila oxidationstillstånd i svagt sura och luftade vattenlösningar? (2p) Svar: Fr (Francium) och Tl (Tallium)

8. Hur fungerar isotoputspädningsanalys? (med relevant ekvation) (3p) Svar: Isotoputspädingsanalys baseras på materialbalansekvationen: $s_o*v_o+S_o*V_o=S(v_o+V_o)$, där s och S är specifika aktiviteten eller isotopbråket för en viss isotop och v respektive V är motsvarande volymer, flöden, molmängder eller massor etc. Om fyra av dessa är kända (t ex s_o,v_o, S_o och S) kan den okända (idetta fall V_o) beräknas.

9. Hur beräknas dosekvivalenten, H_T, för ett organ? (3p) Svar: $H_T=\Sigma w_R D_{T,R}$ (Sv)

10. Vilka typer av radioaktivt sönderfall leder till isobarer? (Ge reaktionsformler) (4p) Svar: β^-, β^+ och EC (eventuellt kan även IT räknas hit). Reaktionsformler: $^{A}_{Z}X = {}^{A}_{Z+1}X + \beta^-$; $^{A}_{Z}X = {}^{A}_{Z-1}X + \beta^+$; $^{A}_{Z}X = {}^{A}_{Z-1}X$

11. För att behandla en liten tumör i hjärnan på en patient injicerades 200 MBq ^{211}At ($t_{½}$ 7.21 h, 42% α, 5.868 MeV) i form av en lösning innehållande en tumörsökande antikropp märkt med ^{211}At. Den biologiska halveringstiden för At i denna form är 20 dygn. Upptag av ^{211}At i tumören kan anses ske med konstant hastighet. 50% av injicerad antikropp upptogs av tumören inom 10 timmar och det som en gång tagits upp i tumören stannar i denna. Vad blir dosekvivalenten till tumörvävnaden om tumörens vikt är 10 gram? (verkan av elektroner och β-strålning försummas) (10p) Lösning:

$t_{½fys} := 7.21 \cdot hr$ $\quad t_{½biol} := 20 \cdot day$ $\quad \lambda_{eff} := \frac{ln(2)}{7.21 \cdot hr} + \frac{ln(2)}{20 \cdot day}$ $\quad$ Bara def av enheten i SI systemet $\quad Sv := Gy$

$t_{½tum} := 10 \cdot hr$ $\quad \lambda_{tum} := \frac{ln(2)}{t_{½tum}}$ $\quad \lambda_{fys} := \frac{ln(2)}{t_{½fys}}$ $\quad N_0 := \frac{200 \cdot MBq}{\lambda_{fys}}$

Detta leder till följande diff.ekv.

$$\frac{dN_{tum}}{dt} = -\lambda_{fys} \cdot N_{tum} + \lambda_{tum} \cdot N_0 \cdot exp\left(-\lambda_{eff} \cdot t\right)$$

Lösningen till denna enkla ekvation är:

$$N = \frac{\lambda_{tum} \cdot N_0}{\lambda_{fys} - \lambda_{eff}} \cdot \left(exp\left(-\lambda_{eff} \cdot t\right) - exp\left(-\lambda_{fys} \cdot t\right)\right)$$

För att beräkna dosen till hela tumören behöver vi nu integrera R(t)*$E_α$ över tiden från 0 till oändligheten

$E_α := 5.868 \cdot MeV$ $\quad E_{eff} := E_α \cdot 42 \cdot \%$

$$D_{tot} = \int_0^{\infty} E_{eff} \cdot \lambda_{fys} \cdot \left[\frac{\lambda_{tum} \cdot N_0}{\lambda_{fys} - \lambda_{eff}} \cdot \left(exp\left(-\lambda_{eff} \cdot t\right) - exp\left(-\lambda_{fys} \cdot t\right)\right)\right] dt$$

$$D_{tot} := \left(\frac{1}{\lambda_{eff}} - \frac{1}{\lambda_{fys}}\right) \cdot E_{eff} \cdot \lambda_{fys} \cdot \lambda_{tum} \cdot \frac{N_0}{\left(\lambda_{fys} - \lambda_{eff}\right)} \qquad D_{tot} = 2.101 \cdot kg\, Gy$$

Sedan delar vi med tumörvikten och multiplicerar med viktfaktorn för α, dvs 20:

$$H_T := \frac{20 \cdot D_{tot}}{10 \cdot gm} \qquad H_T = 4201 \cdot Sv$$

12. Homogeniteten hos en blyplåt med 5 cm tjocklek skall kontrolleras med gammaradiografi. Man tänker placera en röntgenfilm på baksidan och en 250 GBq ^{60}Co källa framför plåten. Den använda filmen behöver en dos på 0.05 Gy för lämplig exponering. Av praktiska skäl tänker man exponera filmen över natten. Hur långt från plåtens yta skall man placera källan för att erhålla en exponeringstid på 12 timmar? (Försumma build-up faktorer) (10p) Lösning:

$A := 250 \cdot 1000 \cdot MBq$ $\quad n := 2$ $\quad k := 43 \cdot 10^{-18} \cdot Gy \cdot m^2 \cdot Bq^{-1} \cdot sec^{-1}$ $\quad x := 5 \cdot cm$ $\quad \rho_{Pb} := 11.337 \cdot gm \cdot cm^{-3}$

$\mu_{Pb} := 0.035 \cdot \frac{cm^2}{gm} \cdot \rho_{Pb}$ $\quad \mu_{Pb} = 39.679 \cdot m^{-1}$ $\quad t_{exp} := 12 \cdot hr$ $\quad D := 0.05 \cdot Gy$

$D = t_{exp} \cdot \frac{A}{r^2} \cdot n \cdot k \cdot exp\left(-\mu_{Pb} \cdot x\right)$ $\quad r := \frac{1}{\sqrt{D}} \cdot \sqrt{t_{exp}} \cdot \sqrt{A} \cdot \sqrt{n} \cdot \sqrt{k} \cdot \sqrt{exp\left(-\mu_{Pb} \cdot x\right)}$ $\quad r = 1.598 \cdot m$

13. Man skall tillverka ^{24}Na åt en kund genom bestrålning av naturligt natrium i form av NaCl i en reaktor. n-flödet i bestrålningspositionen är $2*10^{17}n/m^2s$. $\sigma_{n,\gamma}$ för $^{23}Na(n,\gamma)^{24}Na$ är 0.53 b i den aktuella positionen. Kunden vill ha en preparatstyrka på 100 MBq och en specifik aktivitet på minst 1000 MBq/g natrium. Tiden från uttag ur reaktorn till leverans hos kunden är 36 timmar. Hur mycket NaCl skall bestrålas (g) och hur lång tid skall bestrålningen pågå? (10p). Lösning:

$A := 100 \cdot MBq \qquad S := 1000 \cdot \frac{MBq}{g} \qquad t_{cool} := 36 \cdot hr \qquad s := 0.53 \cdot barn \qquad f := 2 \cdot 10^{17} \cdot m^{-2} \cdot sec^{-1}$

$M_{wNa} := 22.99 \cdot gm \cdot mole^{-1} \qquad M_{wCl} := 35.45 \cdot gm \cdot mole^{-1} \qquad M_{wNaCl} := M_{wNa} + M_{wCl}$

Kravet på specifik aktivitetet betyder att 1 g bestrålat Na skall motsvara 1000 MBq 36 timmar senare:

$N_{Na} := \frac{1 \cdot gm}{M_{wNa}} \cdot N_A \qquad A_{Na} := 1000 \cdot MBq \qquad l := \frac{ln(2)}{14.96 \cdot hr}$

$A_{Na} = f \cdot s \cdot N_{Na} \cdot \left(1 - e^{-l \cdot t_{irr}}\right) \cdot e^{-l \cdot t_{cool}}$ Här är bara t_{irr} okänd, varför denna tid kan beräknas.

$$t_{irr} := \frac{-ln\left[\frac{-\left(A_{Na} - f \cdot s \cdot N_{Na} \cdot exp\left(-l \cdot t_{cool}\right)\right)}{f \cdot s \cdot N_{Na} \cdot exp\left(-l \cdot t_{cool}\right)}\right]}{l} \qquad t_{irr} = 1.498 \cdot 10^3 \cdot sec$$

Vi skall således bestråla under 1498 sekunder. Eftersom bara 100 MBq skall produceras skall vi bestråla 1/10 g natrium:

$m_{Na} := 0.1 \cdot gm \qquad m_{NaCl} := m_{Na} \cdot \frac{M_{wNaCl}}{M_{wNa}} \qquad m_{NaCl} = 0.254 \cdot gm$

14. En cyklotron levererar $^{18}O^{3+}$ joner med energin 35 MeV. Efter ett Au-target (2µg/cm2) placeras en Faraday-kopp. Under en 10 minuters bestrålning med konstant ström uppsamlades 0.11 µC från Faraday-koppen. Gammaspektrometri visade att 10170 Bq ^{210}Fr ($t_{½}$=3.18 min) fanns i target 18 minuter efter bestrålningens slut. Beräkna tvärsnittet för den aktuella kärnreaktionen (barn). (10p) Lösning:

$Q := 0.11 \cdot 10^{-6} \cdot coul$ $\quad t_{irr} := 10 \cdot min$ $\quad t_{cool} := 18 \cdot min$ $\quad A := 10170 \cdot Bq$

$t_{½} := 3.18 \cdot min$ $\quad \lambda := \frac{ln(2)}{t_{½}}$ $\quad \lambda = 3.633 \cdot 10^{-3} \cdot sec^{-1}$ $\quad E := 35 \cdot MeV$

$M_{wAu} := 196.96 \cdot gm \cdot mole^{-1}$ $\quad N_{vxAu} := \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{gm}{cm^2}}{M_{wAu}} \cdot N_A$ $\quad N_{vxAu} = 6.115 \cdot 10^{19} \cdot m^{-2}$

$M_{wO18} := 18 \cdot gm \cdot mole^{-1}$

Nu måste vi först beräkna den effektiva medelladdningen, z, hos syrejonerna efter passage av targeten med hjälp av ekvation 13.2. Vi kan antaga att dessa tunga joner inte är relativistiska vid så låg energi som 35 MeV.

$Z := 8$ $\quad E = \frac{1}{2} \cdot m_{Au} \cdot v^2$ $\quad m_{O18} := \frac{M_{wO18}}{N_A}$ (Vi försummar vikten av de elektroner som fattas)

$v := \sqrt{\frac{2 \cdot E}{m_{O18}}}$ $\quad v = 1.937 \cdot 10^{7} \cdot m \cdot sec^{-1}$ (således << c)

$z := Z \cdot \left[1 + \left(\frac{v}{3.6 \cdot 10^{6} \cdot m \cdot sec^{-1} \cdot Z^{0.45}} \right)^{-1.67} \right]^{-0.6}$ $\quad z = 6.876$

$I_{amp} := \frac{Q}{t_{irr}}$ $\quad I_{amp} = 1.833 \cdot 10^{-10} \cdot amp$

$q_e := 1.60217733 \cdot 10^{-19} \cdot coul$ $\quad k = I_{amp} \cdot \sigma \cdot N_{vxAu} \cdot (z \cdot q_e)^{-1}$ $\quad A = k \cdot \left(1 - e^{-\lambda \cdot t_{irr}}\right) \cdot e^{-\lambda \cdot t_{cool}}$

$$A = \frac{I_{amp}}{z \cdot q_e} \cdot \sigma \cdot N_{vxAu} \cdot \left(1 - exp\left(-\lambda \cdot t_{irr}\right)\right) \cdot exp\left(-\lambda \cdot t_{cool}\right)$$

$$\sigma := \frac{-A}{\left[-I_{amp} \cdot \frac{N_{vxAu}}{(z \cdot q_e)} \cdot exp\left(-\lambda \cdot t_{cool}\right) + I_{amp} \cdot \frac{N_{vxAu}}{(z \cdot q_e)} \cdot exp\left(-\lambda \cdot t_{cool}\right) \cdot exp\left(-\lambda \cdot t_{irr}\right) \right]}$$

$\sigma = 5.698 \cdot 10^{5} \cdot barn$