

Lösningar till tentamen i Kärnkemi ak den 15 september 2001

Konstanter och definitioner som gäller hela tentan:

$$\begin{aligned} \text{eV} &:= 1.60217733 \cdot 10^{-19} \cdot \text{joule} & \text{keV} &:= 1000 \cdot \text{eV} & \text{MeV} &:= 1000 \cdot \text{keV} & \text{Gy} &:= \frac{\text{joule}}{\text{kg}} \\ N_A &:= 6.0221367 \cdot 10^{23} \cdot \text{mole}^{-1} & \text{Bq} &:= \text{sec}^{-1} & \text{kBq} &:= 10^3 \cdot \text{Bq} & \text{MBq} &:= 10^6 \cdot \text{Bq} \\ \text{barn} &:= 10^{-28} \cdot \text{m}^2 & \text{cps} &:= \text{sec}^{-1} & \mu\text{g} &:= 10^{-6} \cdot \text{gm} \end{aligned}$$

Del A

1. ^{206}Po sönderfaller till två serier av dotterprodukter. a) Ange samtliga nuklider som ingår, inklusive modern (2p). Serie 1: $^{206}\text{Po}(\epsilon)^{206}\text{Bi}(\epsilon, \beta^+)^{206}\text{Pb}$, Serie 2: $^{206}\text{Po}(\alpha)^{202}\text{Pb}(\epsilon)^{202}\text{Tl}(\epsilon)^{202}\text{Hg}$

Svaret blir således: ^{206}Po , ^{206}Bi , ^{202}Pb , ^{206}Pb , ^{202}Tl , ^{202}Hg

b) Vilka är isotopa? (2p). Svar: ^{202}Pb och ^{206}Pb

c) Hur många av dessa är isomerer? (2p). Svar: Inga

d) Vilka är isotoner? (2p). Svar: ^{206}Po och ^{202}Hg

2. Beskriv principen för en hastighetsselektor (skiss och utförlig förklaring) (4p). Svar: Se figur 2.1 och tillhörande text i läroboken.

3. Varför är så få stabila nuklider av o-o typ? (3p). Svar: En o-o (udda-udda) nuklid har oparade nukleoner i både proton och neutronstegarna. Normalt har en av dessa oparade nukleoner högre energi än den andra. Dessa nuklider är därför nästan alltid instabila när det gäller ett radioaktivt sönderfall där den energetiskt högst belägna nukleonen omvandlas till en nukleon som passar in i den andra stegens ofyllda lägre energinivå.

4. Hur definieras, a) dosekvivalent (ekvation)? (2p) Svar: $H_T = \sum W_R D_{T,R}$ b) massöverskott (ekvation)? (2p) Svar: $\delta_{A,Z} = M_{A,Z} - A$

5. a) Varför kan en cyklotron bara accelerera laddade partiklar till ett maskin- och partikelspecifikt högsta energivärde? (2p) Svar: När detta värde överskrids blir krökningsradien i magnetfältet så stor att jonerna antingen lämnar D:nas (accelerationen upphör då), träffar D:nas vägg eller vacuumkammarens vägg.

b) Hur definieras K-värdet för en cyklotron? (2p) Svar: med ekv. $E/A = K^*(Z/A)^2$, där z är jonladdningen.

6. En forskare beställer bärarfritt ^{155}Eu från en producent av radioisotoper. Vilken är den enklaste kärnreaktion som kan användas för att producera det beställda preparatet. (3p) Svar: Bestrålning av ^{154}Sm (isotopanrikat) med neutroner. $^{154}\text{Sm}(n, \gamma)^{155}\text{Sm}$. Sedan inväntas sönderfall av kvarvarande kortlivad ^{155}Sm innan Eu separeras kemiskt från Sm med t ex jonbyteskromatografi.

7. Massöverskotten för ^{235}U och ^{238}U är 40.9155 MeV och 47.3060 MeV. Vad är den kemiska atomvikten för uran i uranysulfat som framställts från avriktat uran innehållande 0.20 atom% av ^{235}U (resten är ^{238}U)? (3p). Svar: Först beräknas atomernas massor:

$$M_{235} := 235 + \frac{40.9155}{931.5} \text{ och } M_{238} := 238 + \frac{47.3060}{931.5} \text{ Sedan viktas vi ihop dessa till den slutliga atomvikten:}$$

$$M_U := 0.20 \cdot \% \cdot M_{235} + (1 - 0.20 \cdot \%) \cdot M_{238} \text{ vilket ger svaret: } M_U = 238.0448$$

8. Hur beräknar man den effektiva dosekvivalenten, H_E ? (3p) Svar: $H_E = \sum W_T \sum W_R D_{T,R}$

9. Halveringstiden för ^{126}I är 13.11 dygn. Denna nuklid sönderfaller i 56% av fallen genom ϵ eller β^+ utsändning och i resten av fallen via β^- utsändning. a) Vilka är dotternukliderna? (1p) Svar: ^{126}Te och ^{126}Xe . b) Vad är de partiella halveringstiderna för de två sönderfallsvägarna? (3p) Svar: Till ^{126}Te kan

$$\text{partiella halveringstiden beräknas på följande vis: } \frac{13.11 \cdot \text{day}}{56 \cdot \%} = 23.411 \cdot \text{day}$$

$$\text{och till } ^{126}\text{Xe} \text{ enligt: } \frac{13.11 \cdot \text{day}}{(100 - 56) \cdot \%} = 29.795 \cdot \text{day}$$

10. Hur fungerar en jonkammare (skiss och beskrivning)? (4p) Svar: Se figur 8.9 och §8.3.1 i läroboken.

Del B

11. Vid mätning av ett tunt preparat av PuO_2 med en proportionalräknare på α -platå i 2π -geometri fick man 856241 pulser under 1 minut. Mass-spektroskopi på utgångsmaterialet till preparatet visade att 75% av Pu-atomerna var ^{239}Pu , 20% var ^{240}Pu och resten var ^{241}Pu . Återspridningen uppskattas till 0.51% av räknade pulser. Vad var plutoniumoxidens vikt? (10p)

Lösning:

$$M_{239} := 239 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1} \quad x_{239} := 75\% \quad M_{\text{O}} := 16 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1}$$

$$M_{240} := 240 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1} \quad x_{240} := 20\%$$

$$M_{241} := 241 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1} \quad x_{241} := 1 - x_{239} - x_{240} \quad x_{241} = 5\%$$

Beräkning av verkningsgraden:

$$\Psi_{\text{bscatt}} := 1 + 2 \cdot 0.51\% \quad \Psi_{\text{bscatt}} = 1.01 \quad \text{Vi måste räkna om återspridningen till } 4\pi\text{-geometri}$$

$$\Psi_{\text{geom}} := 50\% \quad 2\pi \text{ betyder att den geometriska verkningsgraden är } 50\%$$

$$\Psi_{\text{tot}} := \Psi_{\text{bscatt}} \cdot \Psi_{\text{geom}} \quad \Psi_{\text{tot}} = 50.51\%$$

Beräkning av verkliga aktiviteten:

$$R_{\text{tot}} := \frac{856241}{1 \cdot \text{min}} \quad R_{\text{tot}} = 1.427 \cdot 10^4 \cdot \text{cps}$$

$$A_{\text{tot}} := \frac{R_{\text{tot}}}{\Psi_{\text{tot}}} \quad A_{\text{tot}} = 2.825 \cdot 10^4 \cdot \text{Bq}$$

Nu beräknar vi specifika α -aktiviteten hos PuO_2 med given isotopsammansättning (α bara från ^{239}Pu och ^{240}Pu):

$$t_{1/2239} := 2.411 \cdot 10^4 \cdot \text{yr} \quad \lambda_{239} := \frac{\ln(2)}{t_{1/2239}} \quad \lambda_{239} = 9.11 \cdot 10^{-13} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$t_{1/2240} := 6563 \cdot \text{yr} \quad \lambda_{240} := \frac{\ln(2)}{t_{1/2240}} \quad \lambda_{240} = 3.347 \cdot 10^{-12} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$S_{\text{Pu}} := x_{239} \cdot \lambda_{239} \cdot \frac{1}{M_{239}} \cdot N_A + x_{240} \cdot \lambda_{240} \cdot \frac{1}{M_{240}} \cdot N_A \quad S_{\text{Pu}} = 3.401 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{Bq}}{\text{gm}}$$

$$M_{\text{Pu}} := x_{239} \cdot M_{239} + x_{240} \cdot M_{240} + x_{241} \cdot M_{241} \quad M_{\text{Pu}} = 239.3 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1}$$

$$M_{\text{PuO}_2} := M_{\text{Pu}} + 2 \cdot M_{\text{O}} \quad M_{\text{PuO}_2} = 271.3 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1}$$

$$S_{\text{PuO}_2} := S_{\text{Pu}} \cdot \frac{M_{\text{Pu}}}{M_{\text{PuO}_2}} \quad S_{\text{PuO}_2} = 3 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{Bq}}{\text{gm}}$$

Slutligen beräknar vi nu massan av PuO_2 i det mätta provet ur dess α -aktivitet och specifika α -aktiviteten för PuO_2 :

$$m_{\text{PuO}_2} := \frac{A_{\text{tot}}}{S_{\text{PuO}_2}} \quad m_{\text{PuO}_2} = 9.418 \cdot 10^{-9} \cdot \text{kg} \quad m_{\text{PuO}_2} = 9.418 \cdot \mu\text{g}$$

12. Utsläpp i omgivande hav av ^{226}Ra från oljeutvinningen i Nordsjön har ofta uppfattats av medierna som en möjlig radiologisk risk. Vattenvolymen i Nordsjön anges vara 49000 km^3 . Halten av naturligt uran i havsvatten anges uppgå till ca 1.5 mg/m^3 . Vi antar att det årliga utsläppet från samtliga oljeplattformar högst får uppgå till 1% av den naturliga årliga produktionen av ^{226}Ra i Nordsjön. Om oljeutvinningen fortsätter i all evighet leder detta då till att halten ^{226}Ra i Nordsjön stiger med högst 1% även om inget vattenutbyte sker med Atlanten. (a) Hur många gram ^{226}Ra får högst släppas ut per år under de givna förutsättningarna? (6p) (b) Vilken aktivitet i Bq/år av ^{226}Ra har detta utsläpp? (4p) (Totalt 10p)

Lösning:

$$\begin{aligned} M_{\text{U}} &:= 238.03 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1} & t_{1/2\text{U238}} &:= 4.468 \cdot 10^9 \cdot \text{yr} & x_{\text{U238}} &:= 99.2745\% \\ M_{\text{Ra}} &:= 226.03 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1} & t_{1/2\text{Ra226}} &:= 1.60 \cdot 10^3 \cdot \text{yr} \end{aligned}$$

Uppgifter givna i talets text:

$$C_{\text{U}} := 0.0015 \cdot \text{gm} \cdot \text{m}^{-3} \quad V_{\text{ns}} := 49000 \cdot \text{km}^3 \quad ut_{\text{max}} := 1\% \cdot \text{yr}^{-1} \quad \text{tid} := 1 \cdot \text{yr}$$

^{226}Ra är en dotter till ^{238}U och vi kan antaga att radioaktiv jämvikt normalt råder i havet. Således har vi lika många bildade atomer per sekund av ^{226}Ra som sönderfall av ^{238}U . Vi börjar därför med att beräkna sönderfallskonstanterna, uranmängden i atomer och sedan dess totala sönderfallshastighet:

$$\lambda_{\text{U238}} := \frac{\ln(2)}{t_{1/2\text{U238}}} \quad \lambda_{\text{U238}} = 0 \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$N_{\text{U238}} := \frac{C_{\text{U}} \cdot V_{\text{ns}} \cdot x_{\text{U238}}}{M_{\text{U}}} \cdot N_{\text{A}} \quad N_{\text{U238}} = 1.846 \cdot 10^{32}$$

$$A_{\text{U238}} := \lambda_{\text{U238}} \cdot N_{\text{U238}} \quad A_{\text{U238}} = 9.075 \cdot 10^{14} \cdot \text{Bq}$$

Antalet nybildade ^{226}Ra atomer per år blir då:

$$N_{\text{nyRa}} := A_{\text{U238}} \cdot \text{tid} \quad N_{\text{nyRa}} = 2.864 \cdot 10^{22}$$

Nu omvandlar vi detta till gram av ^{226}Ra :

$$m_{\text{nyRa}} := \frac{N_{\text{nyRa}}}{N_{\text{A}}} \cdot M_{\text{Ra}} \quad m_{\text{nyRa}} = 0.0107 \cdot \text{kg}$$

(a) Men det årliga utsläppet får bara uppgå till 1% av denna mängd:

$$m_{\text{tillmax}} := m_{\text{nyRa}} \cdot ut_{\text{max}} \quad m_{\text{tillmax}} = 1.07 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{yr}} \quad m_{\text{tillmax}} = 0.107 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{yr}}$$

(b) I form av radioaktivitet blir detta ett årligt utsläpp av:

$$\lambda_{\text{Ra226}} := \frac{\ln(2)}{t_{1/2\text{Ra226}}} \quad \lambda_{\text{Ra226}} = 1.373 \cdot 10^{-11} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$A_{\text{tillRa}} := \frac{m_{\text{tillmax}}}{M_{\text{Ra}}} \cdot N_{\text{A}} \cdot \lambda_{\text{Ra226}} \quad A_{\text{tillRa}} = 3.9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{Bq}}{\text{yr}}$$

13. En ^{137}Cs -standard hade aktiviteten $(15.0 \pm 0.2) \text{ kBq}$ kl 1200 den 1/7 1969 (angiven osäkerhet är 1σ). Den 1/7 år 2001 mättes preparatet med en scintillationsdetektor varvid 60500 pulser erhöles under 5 minuter. Ett ^{137}Cs -prov med okänd aktivitet mättes strax efteråt med samma detektor (identiska betingelser) under 10 minuter varvid 45600 pulser registrerades. Detektorn gav sedan 8450 pulser under 10 minuter utan något radioaktivt preparat. (a) Vad var aktiviteten (Bq) hos det okända provet? (6p) (b) Hur stor var standardavvikelsen (σ)? (4p). (Totalt 10p).

Lösning:

$$t_{1/2} := 30.17 \cdot \text{yr} \quad \lambda := \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

$$\lambda = 7.28 \cdot 10^{-10} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$\Delta t := (2001 - 1969) \cdot \text{yr}$$

$$\Delta t = 32 \cdot \text{yr}$$

(a) beräkning av provets aktivitet i Bq

$$A_{0\text{std}} := 15.0 \cdot 1000 \cdot \text{Bq}$$

$$A_{\text{std}} := A_{0\text{std}} \cdot e^{-\lambda \cdot \Delta t}$$

$$A_{\text{std}} = 7.191 \cdot 10^3 \cdot \text{Bq}$$

$$R_0 := \frac{8450}{10 \cdot \text{min}}$$

$$R_0 = 14.083 \cdot \text{cps}$$

$$R_{\text{totstd}} := \frac{60500}{5 \cdot \text{min}}$$

$$R_{\text{totstd}} = 201.667 \cdot \text{cps}$$

$$R_{\text{std}} := R_{\text{totstd}} - R_0$$

$$R_{\text{std}} = 187.583 \cdot \text{cps}$$

$$\psi := \frac{R_{\text{std}}}{A_{\text{std}}}$$

$$\psi = 0.0261$$

$$R_{\text{totprov}} := \frac{45600}{10 \cdot \text{min}}$$

$$R_{\text{totprov}} = 76 \cdot \text{cps}$$

$$R_{\text{prov}} := R_{\text{totprov}} - R_0$$

$$R_{\text{prov}} = 61.917 \cdot \text{cps}$$

$$A_{\text{prov}} := \frac{R_{\text{prov}}}{\psi}$$

$$A_{\text{prov}} = 2.374 \cdot 10^3 \cdot \text{Bq}$$

(b) Vi antar att osäkerheten i halveringstiden är försumbar.

$$\sigma_{Astd} := 0.2 \cdot 1000 \cdot \text{Bq}$$

$$\sigma_{Astd} = 200 \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$\sigma_{totstd} := \sqrt{60500} \quad \sigma_0 := \sqrt{8450}$$

$$\sigma_{Rstd} := \left[\left(\frac{\sigma_{totstd}}{5 \cdot \text{min}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_0}{10 \cdot \text{min}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_{Rstd} = 0.834 \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$\sigma_{\psi} := \psi \cdot \left[\left(\frac{\sigma_{Astd}}{A_{0std}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{Rstd}}{R_{std}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_{\psi} = 3.666 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_{totprov} := \sqrt{45600}$$

$$\sigma_{Rprov} := \left[\left(\frac{\sigma_{totprov}}{10 \cdot \text{min}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_0}{10 \cdot \text{min}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_{Rprov} = 0.387 \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$\sigma_{Aprov} := A_{prov} \cdot \left[\left(\frac{\sigma_{\psi}}{\psi} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{Rprov}}{R_{prov}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_{Aprov} = 36.52 \cdot \text{Bq}$$

14. Rymdfarkosten Voyager 1 är nu på väg att lämna solsystemet. Farkosten startade sin resa från Cape Canaveral 1977-09-05. Dess totalvikt är 815 kg och kraftkällan är tre RTG med $^{238}\text{PuO}_2$ (Q_α 5.593 MeV) som vid starten gav totalt 452 W el för att driva dator, attitydgyron, instrument, TV-kamera, radioutrustning och elvärme. När tillgänglig eleffekt minskat har viss utrustning bara kunnat köras intermittent via ackumulatorer som laddats under mellantiden. a) Vilken elenergi har producerats till idag (2001-09-15) (kWh)? (4p) b) Om verkningsgraden (värme till el) på de använda RTG:na är 5%, hur många kg PuO_2 innehöll de tillsammans vid starten? (3p) c) Om samma energi i stället erhöles från bränsleceller med 15% verkningsgrad drivna med syre+väte som ger 70.6 kcal/mol H_2 , vad skulle syre+väte bränslet vägt (kg)? (3p) (Totalt 10p)

Lösning:

$$\begin{aligned}
 M_{238} &:= 238 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1} & M_{\text{PuO}_2} &:= M_{238} + 2 \cdot M_{\text{O}} & M_{\text{PuO}_2} &= 270 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1} \\
 t_{1/2238} &:= 87.74 \cdot \text{yr} & \lambda_{238} &:= \frac{\ln(2)}{t_{1/2238}} & \lambda_{238} &= 2.503 \cdot 10^{-10} \cdot \text{sec}^{-1} \\
 Q_\alpha &:= 5.593 \cdot \text{MeV} & & & Q_\alpha &= 8.961 \cdot 10^{-13} \cdot \text{joule} \\
 P_{0\text{el}} &:= 452 \cdot \text{watt} & \eta &:= 5\% & \Delta t &:= \left(2001 - 1977 + \frac{10}{365} \right) \cdot \text{yr} \\
 & & & & \Delta t &= 24.027 \cdot \text{yr} \\
 \text{kWh} &:= \text{watt} \cdot \text{hr} \cdot 1000 & & & &
 \end{aligned}$$

(a) Beräkning av totala el-energiproduktionen:

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{nucel}} &:= P_{0\text{el}} \cdot \int_0^{\Delta t} e^{-\lambda_{238} \cdot t} dt & Q_{\text{nucel}} &= 3.122 \cdot 10^{11} \cdot \text{joule} \\
 & & Q_{\text{nucel}} &= 8.671 \cdot 10^4 \cdot \text{kWh}
 \end{aligned}$$

(b) Beräkning av initial PuO_2 -vikt

$$\begin{aligned}
 P_{0\text{th}} &:= \frac{P_{0\text{el}}}{\eta} & P_{0\text{th}} &= 9.04 \cdot 10^3 \cdot \text{watt} \\
 m_{\text{PuO}_2} &:= \frac{P_{0\text{th}}}{\lambda_{238} \cdot Q_\alpha} \cdot \frac{1}{N_A} \cdot M_{\text{PuO}_2} & m_{\text{PuO}_2} &= 18.067 \cdot \text{kg}
 \end{aligned}$$

(c) Beräkning av motsvarande bränslevikt för stökiometrisk $\text{O}_2 + \text{H}_2$ blandning:

$$\begin{aligned}
 M_{\text{H}} &:= 1.008 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1} & \eta_{\text{th}} &:= 15\% & Q_{\text{H}_2} &:= 70.6 \cdot \text{kcal} \cdot \text{mole}^{-1} \\
 n_{\text{H}_2} &:= \frac{Q_{\text{nucel}}}{\eta_{\text{th}} \cdot Q_{\text{H}_2}} & n_{\text{H}_2} &= 7.04 \cdot 10^6 \cdot \text{mole} \\
 & & \text{H}_2 + (1/2)\text{O}_2 &= \text{H}_2\text{O} & n_{\text{O}_2} &:= \frac{n_{\text{H}_2}}{2} \\
 m_{\text{fuel}} &:= n_{\text{H}_2} \cdot 2 \cdot M_{\text{H}} + n_{\text{O}_2} \cdot 2 \cdot M_{\text{O}} & m_{\text{fuel}} &= 1.268 \cdot 10^5 \cdot \text{kg}
 \end{aligned}$$