Lösningar till tentamen i kärnkemi ak den 15 december 2001 (korrigerad 2001-12-19)

Del A

1. Beskriv hur energitillförseln till elektroderna i en Alvarez accelerator sker? (3p) Svar: Alvarez accelleratorn är en linjär accellerator med indirekt tillförsel av högfrekvent spänning till driftrören via ett mikrovågsfält i acceleratortanken som matas via en inre antenn, se fig. 13.5 i läroboken.

2. Hur uppträder ett mätinstrument med en detektor som har konstant dödtid när den aktivitet som detektorn utsätts för är måttligt hög från början och sedan ökar mycket kraftigt? (5p) Svar: Instrumentets utslag minskar om aktivitetsökningen är tillräckligt stor.

3. Rangordna följande strålslag efter stigande LET-värde vid 5 MeV energi: α, β, γ, ν. (4p) Svar: I ordning efter stigande LET-värde; Neutriner < Elektroner $\simeq$ Gammastrålning < Alfapartiklar.

4. Hur kan man visa om en kompoundkärna bildas vid en kärnreaktion eller ej? (4p) Svar: Om den är en kompoundkärnereaktion så är produkternas typ och mängd oberoende av vilken kombination av nuklider som reagerar så länge som totala reaktionsenergin är den samma. I annat fall erhålls varierande produkter och mängder trots att totala reaktionsenergin är lika stor.

5. På vilka sätt sönderfaller radionukliderna: ^{11}C, ^{14}C, ^{234}U och ^{252}Cf? (4p) Svar: $^{11}C(\beta^+)^{11}B$, ^{14}C $(\beta^-)^{14}N$, $^{234}U(\alpha)^{230}Th$, $^{252}Cf(\alpha)^{248}Cm$ (anm: även ca 3% via sf)

6. ^{242}Am är första nuklid i korta sönderfallsserier som leder till naturligt förekommande mycket långlivade nuklider. a) Vilka nuklider ingår i dessa korta serier fram till naturligt förekommande nuklider (inklusive ^{242}Am)? (2p), b) Vilka av seriernas nuklider är isobara? 1p), c) Vilka är isotopa? (1p), d) Vilka är isomera? (1p). Svar: ^{242}Am (β^-) ^{242}Cm (α) ^{238}Pu (α) ^{234}U och ^{242}Am (β^+) ^{242}Pu (α) ^{238}U. a) ^{242}Am, ^{242}Cm, ^{242}Pu och ^{238}Pu, ^{238}U, b) ^{238}Pu, ^{242}Pu och ^{234}U, ^{238}U, c) inga alls

7. Vad är skillnaden mellan primära och sekundära radioaktiva neutronkällor. (4p) Svar: En primar källa sänder ut neutroner vid sitt radioaktiva sönderfall. En sekundar källa genererar neutroner genom en kärnreaktion med t.ex. γ eller α från en radionuklid.

8. Vad krävs minst för att en nuklid skall kunna reagera genom en kedjereaktion? (3p) Svar: Mer än en partikel som utlöser reaktionen skall nybildas per reaktion, $\nu > 1$, dessutom krävs att $\eta > 1$.

9. Beskriv principen för en Na(I)-scintillationsdetektor (skiss och text). (5p) Svar: Se figur 8.6 och avsnitt 8.5 i läroboken.

10. Kollisioner mellan atomer i ett fast material och neutroner kan leda till energiupplagring. Denna energi kan avges som termisk energi vid uppvärming. Vad kallas detta och var kan det ge problem? (3p) Svar: Wiegnereffekt. T ex dimensionsförändring av material i kraftiga neutronfält.

Del B

11. Aktiviteten av ^{99}Tc har uppmätts till 0.5 Bq/kg torrsubstans från hela norska räkor. Detta teknetium kommer i huvudsak från ett utsläpp av teknetium från upparbetningsanläggningen i Sellafield. Vi kan antaga att kokta räkor innehåller 80% vatten och att huvud, skal, etc, utgör 20% av den kokta räkans vikt. Hur många kg kokt norsk räka kan en person högst äta per dygn under ett helt år utan att ICRPs rekommenderade gränsvärde för årligt intag av ^{99}Tc hos en medlem av allmänheten överskrids? (10p)

Lösning: Kom ihåg att ALI för allmänheten är 1/10 av ALI för yrkesmässigt arbete med radioaktivitet.

$Bq := sec^{-1}$

$S_t := 0.5 \cdot \frac{Bq}{kg}$ Specifika aktiviteten hos torr räka

$S_v := S_t \cdot (1 - 80 \cdot \%)$ Specifika aktiviteten hos kokt räka $S_v = 0.1 \cdot \frac{Bq}{kg}$

$S_{stj} := S_v \cdot (1 - 20 \cdot \%)$ Aktiviteten hos kokt räkstjärt delat med hela kokta räkvikten $S_{stj} = 0.08 \cdot \frac{Bq}{kg}$

$ALI := 3 \cdot 10^7 \cdot \frac{Bq}{yr}$ ALI värdet för ^{99}Tc från tabell 18.12

$\frac{ALI}{10} = S_{stj} \cdot m_{max}$ Aktuell årlig gräns i Bq genom förtäring av m_{max} kg hel kokt räka/år

$m_{max} := \frac{1}{10} \cdot \frac{ALI}{S_{stj}}$ $m_{max} = 3.75 \cdot 10^7 \cdot \frac{kg}{yr}$ $m_{max} = 1.027 \cdot 10^5 \cdot \frac{kg}{day}$

12. En ^{99m}Tc-generator på ett sjukhus eluerades fullständigt på måndag morgon och sedan på nytt vid samma tid på tisdag morgon. Av det senare eluatet uttogs omedelbart 100 MBq av ^{99m}Tc som därefter injicerades som TcO_4^- i en patient. Hur stor aktivitet (Bq) av långlivat ^{99}Tc injicerades därvid i patienten? Sönderfallschemat för A=99 ges på separat blad. (10p)

Lösning: Enligt sönderfallschemat sönderfaller ^{99}Mo ($t_{½}$ = 2.7477 d) först till ^{99m}Tc ($t_{½}$ = 6.006 h)som sedan sönderfaller till ^{99}Tc ($t_{½}$ = 2.13*10^5 y). Den lilla del av ^{99m}Tc som sönderfaller direkt till ^{99}Ru (0.004%) försummas. Efter måndagens eluering är allt Tc borta och återväxt av ^{99m}Tc och dess dotter ^{99}Tc sker sedan under exakt 24 timmar. Vi börjar med att beräkna vilken aktivitet av ^{99}Mo som fanns på måndag morgon för att ge 100 MBq ^{99m}Tc på tisdag morgon.

$t_{½Mo} := 2.7477 \cdot day$ $\qquad \lambda_{Mo} := \frac{\ln(2)}{t_{½Mo}}$ $\qquad \lambda_{Mo} = 2.92 \cdot 10^{-6} \cdot sec^{-1}$

$t_{½mTc} := 6.006 \cdot hr$ $\qquad \lambda_{mTc} := \frac{\ln(2)}{t_{½mTc}}$ $\qquad \lambda_{mTc} = 3.206 \cdot 10^{-5} \cdot sec^{-1}$

$t_{½Tc} := 2.13 \cdot 10^5 \cdot yr$ $\qquad \lambda_{Tc} := \frac{\ln(2)}{t_{½Tc}}$ $\qquad \lambda_{Tc} = 1.031 \cdot 10^{-13} \cdot sec^{-1}$

$t := 24 \cdot hr$ $\qquad A_{mTc} := 100 \cdot 10^6 \cdot Bq$

$N_{Mo} = N_{0Mo} \cdot e^{-\lambda_{Mo} \cdot t}$ $\qquad \frac{dN_{mTc}}{dt} = \lambda_{Mo} \cdot N_{Mo} - \lambda_{mTc} \cdot N_{mTc}$

Lös och omforma så att N_{0Mo} ges som funktion av tiden och aktiviteten hos ^{99m}Tc.

$$N_{0Mo} := \frac{A_{mTc}}{\frac{\lambda_{mTc} \cdot \lambda_{Mo}}{\lambda_{mTc} - \lambda_{Mo}} \cdot \left(e^{-\lambda_{Mo} \cdot t} - e^{-\lambda_{mTc} \cdot t}\right)} \qquad N_{0Mo} = 4.358 \cdot 10^{13}$$

På grund av den långa halveringstiden hos ^{99}Tc kan vi helt försumma det antal atomer av ^{99}Tc som sönderfallit under 24 timmar. Antalet atomer av ^{99}Tc erhålles då som antalet sönderfallna ^{99}Mo atomer minus befintliga ^{99m}Tc atomer.

$$N_{mTc} := N_{0Mo} \cdot \frac{\lambda_{Mo}}{\lambda_{mTc} - \lambda_{Mo}} \cdot \left(e^{-\lambda_{Mo} \cdot t} - e^{-\lambda_{mTc} \cdot t}\right) \qquad N_{mTc} = 3.119 \cdot 10^{12}$$

$$\Delta N_{Mo} := N_{0Mo} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_{Mo} \cdot t}\right) \qquad \Delta N_{Mo} = 9.716 \cdot 10^{12}$$

$$N_{99Tc} := \Delta N_{Mo} - N_{mTc} \qquad N_{99Tc} = 6.597 \cdot 10^{12}$$

Slutligen får vi aktiviteten genom att multiplicera antalet atomer med söndefallsskonstanten

$$A_{99Tc} := \lambda_{Tc} \cdot N_{99Tc} \qquad A_{99Tc} = 0.680 \cdot Bq$$

13. En "guldmedalj", vikt 7.5 g, och 0.2 g rent guld placerades tillsammans under 2 dygn nära en kraftig AmBe källa omgiven av paraffinmoderator. Vid mätning av medaljen med en HPGe-detektor erhölls 11720 pulser netto i toppen med energin 412 keV (^{198}Au). Mätningen påbörjades 10.0 minuter efter uttag ur bestrålningsanordningen och skedde under 30 minuter. Guldet mättes exakt på samma plats som medaljen under 10 minuter med början 50.0 minuter efter uttag. Därvid erhölls 20105 pulser netto i toppen med energin 412 keV. Vad var "guldmedaljens" guldhalt i %? (10p).

Lösning:

Givna data:

$m_{medalj} := 7.5 \cdot gm$ $\quad m_{std} := 0.2 \cdot gm$ $\quad t_{irr} := 2 \cdot day$

$t_{½} := 2.695 \cdot day$ $\quad \lambda := \frac{\ln(2)}{t_{½}}$

($t_{½}$ ur nuklidkartan för ^{198}Au. Längsta mättiden var 30 minuter, vilket är försumbart i förhållande till $t_{½}$)

$$\frac{30 \cdot min}{t_{½}} = 7.73 \cdot 10^{-3}$$

$R_{medalj} := \frac{11720}{30 \cdot min}$ $\quad R_{medalj} = 6.511 \cdot sec^{-1}$

$R_{std} := \frac{20105}{10 \cdot min}$ $\quad R_{std} = 33.508 \cdot sec^{-1}$

Tidsfördröjningarna innan mätningen började är:

$t_{medalj} := 10.0 \cdot min$ $\quad t_{std} := 50.0 \cdot min$

Nu gäller för samma mätuppställning: $R_{medalj} = A_{medalj} * \psi$, och $R_{std} = A_{std} * \psi$

För n-aktivering och avklingning gäller samma t_{irr}, σ och ϕ i båda fallen och om p_{Au} är guldhalten i medaljen får vi:

$$R_{std} = \psi \cdot \frac{m_{std}}{M_{wAu}} \cdot N_A \cdot \sigma \cdot \phi \cdot \left(1 - \exp\left(-\lambda \cdot t_{irr}\right)\right) \cdot \exp\left(-\lambda \cdot t_{std}\right)$$

$$R_{medalj} = \psi \cdot \frac{m_{medalj} \cdot p_{Au}}{M_{wAu}} \cdot N_A \cdot \sigma \cdot \phi \cdot \left(1 - \exp\left(-\lambda \cdot t_{irr}\right)\right) \cdot \exp\left(-\lambda \cdot t_{medalj}\right)$$

Efter division av dessa ekvationer erhålles:

$$\frac{R_{medalj}}{R_{std}} = \frac{m_{medalj} \cdot p_{Au}}{m_{std}} \cdot \frac{\left(1 - \exp\left(-\lambda \cdot t_{irr}\right)\right) \cdot \exp\left(-\lambda \cdot t_{medalj}\right)}{\left(1 - \exp\left(-\lambda \cdot t_{irr}\right)\right) \cdot \exp\left(-\lambda \cdot t_{std}\right)}$$

Här är bara p_{Au} (halten guld i medaljen) okänd och kan därför beräknas:

$$p_{Au} := \frac{R_{medalj}}{R_{std} \cdot m_{medalj}} \cdot \frac{m_{std}}{\exp\left(-\lambda \cdot t_{medalj}\right)} \cdot \exp\left(-\lambda \cdot t_{std}\right)$$

$p_{Au} = 5.1448 \cdot 10^{-3}$ eller: $p_{Au} = 0.514 \cdot \%$

14. Det föreslogs under det kalla kriget att man kanske kunde använda γ-strålkällor utanför Sveriges kust som undervattensfyrar för ubåtar. En sådan fyr skulle kunna innehålla 10^{14} Bq av ^{22}Na ($t_{½}$ 2.6 år, E_γ 1.27 MeV, 100%). Omgivande havsvatten innehåller normalt 380 g/m^3 kalium. Detektorsystemet kan antas vara punktformigt med en öppningsvinkel på 2 steradianer, ha samma verkningsgrad för båda energierna och inte kunna skilja mellan γ-strålning från ^{22}Na och ^{40}K (E_γ 1.46 MeV, 11%, 0.012 atom% av K). För upptäckt av fyren krävs att räknehastigheten ökat till dubbel bakgrund. Försumma build-up faktorer och strålskärmning i fyren. På vilket avstånd under vatten kan man upptäcka fyren? (10p) (Tips: Tänk på att aktivitet på ett givet avstånd från en punktformig detektor alltid har samma geometriska verkningsgrad, oberoende av riktningen.)

Anm: Steradian är enheten för rymdvinkel i SI-systemet, se appendix II i läroboken.

Lösning:

$M_{wK} := 39.10 \cdot \frac{gm}{mole}$ $\quad N_A := 6.0221367 \cdot \frac{10^{23}}{mole}$ $\quad x_{40K} := 0.012 \cdot \%$ $\quad t_{h40K} := 1.26 \cdot 10^9 \cdot yr$

Bakgrund från ^{40}K i havsvattnet:

$C_K := 380 \cdot gm \cdot m^{-3}$ $\quad N_{40K} := \frac{C_K}{M_{wK}} \cdot x_{40K} \cdot N_A$ $\quad N_{40K} = 7.023 \cdot 10^{20} \cdot m^{-3}$

$A_{40K} := \frac{\ln(2)}{t_{h40K}} \cdot N_{40K}$ $\quad A_{40K} = 1.224 \cdot 10^4 \cdot Bq \cdot m^{-3}$ $\quad \rho_{H2O} := 1.0 \cdot gm \cdot cm^{-3}$

$\mu_{40K} := 0.06 \cdot cm^2 \cdot gm^{-1} \cdot \rho_{H2O}$ $\quad \mu_{40K} = 6 \cdot m^{-1}$ $\quad y_{40K} := 11 \cdot \%$

Betrakta ett tunnt skal, tjocklek dr, på avståndet r från detektorn. Hela skalet utsänder $4*\pi*r^2*dr*A_{40K}*y_{40K}$ gamma. Inom rymdvinkeln 2 steradianer utsänds $2/4\pi$ så mycket. Dessa γ måste passera r m vatten innan de når detektorn som kan antas ha verkningsgraden ψ_{det}, vara sfärisk med tvärsnittsytan a_{det} m^2. Aktiviteten i skalet kan anses som en punktkälla på avstånder r.

$$dR_{40K} = \frac{a_{det}}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot \psi_{det} \cdot \exp\left(-\mu_{40K} \cdot r\right) \cdot \left(\frac{2}{4 \cdot \pi}\right) \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot dr \cdot A_{40K} \cdot y_{40K}$$

$$R_{40K} = \int_0^\infty \frac{1}{2} \cdot \frac{a_{det}}{\pi} \cdot \psi_{det} \cdot \exp\left(-\mu_{40K} \cdot r\right) \cdot A_{40K} \cdot y_{40K}\, dr$$

$$R_{40K} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a_{det}}{\pi} \cdot \psi_{det} \cdot A_{40K} \cdot y_{40K} \cdot \int_0^\infty \exp\left(-\mu_{40K} \cdot r\right) dr \qquad R_{40K} = \frac{a_{det}}{2 \cdot \pi} \cdot \psi_{det} \cdot A_{40K} \cdot y_{40K} \cdot \frac{1}{\mu_{40K}}$$

Betrakta sedan ^{22}Na fyren på avståndet r från detektorn.

$A_{fyr} := 10^{14} \cdot Bq$ $\quad \mu_{fyr} := 0.065 \cdot \frac{cm^2}{gm} \cdot \rho_{H2O}$ $\quad \mu_{fyr} = 6.5 \cdot m^{-1}$

$$R_{fyr} = A_{fyr} \cdot \frac{a_{det}}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot \psi_{det} \cdot \exp\left(-\mu_{fyr} \cdot r\right)$$

Men vi kräver $R_{fyr}=R_{40K}$, vilket ger dubbla räknehastigheten.

$$\frac{a_{det}}{2 \cdot \pi} \cdot \psi_{det} \cdot A_{40K} \cdot y_{40K} \cdot \frac{1}{\mu_{40K}} = A_{fyr} \cdot \frac{a_{det}}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot \psi_{det} \cdot \exp\left(-\mu_{fyr} \cdot r\right)$$

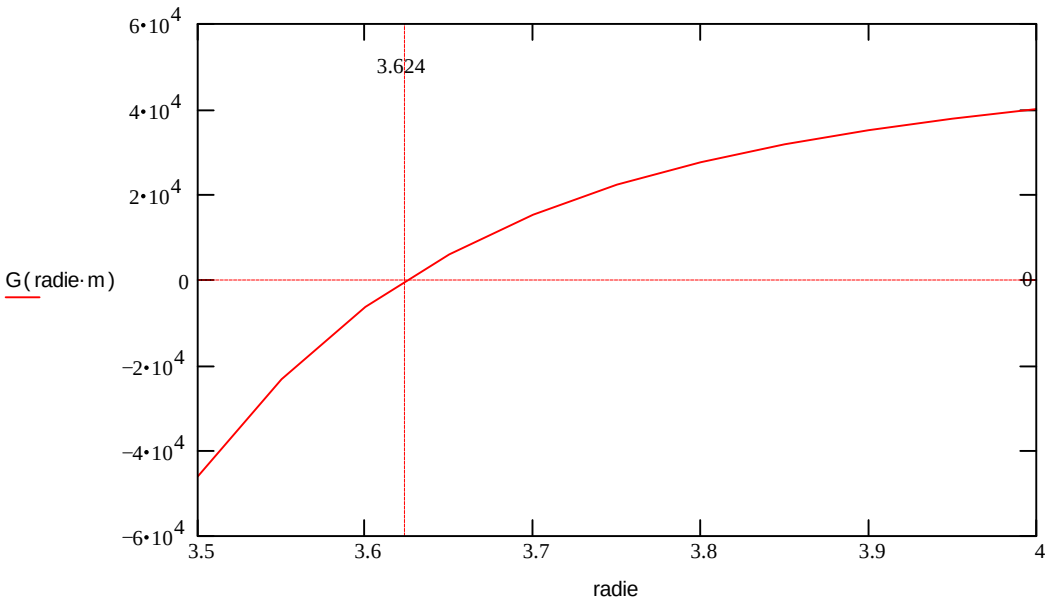
$$A_{40K} \cdot \frac{y_{40K}}{\mu_{40K}} = \frac{A_{fyr}}{2 \cdot r^2} \cdot \exp\left(-\mu_{fyr} \cdot r\right) \qquad 2 \cdot r^2 \cdot A_{40K} \cdot y_{40K} = \mu_{40K} \cdot A_{fyr} \cdot \exp\left(-\mu_{fyr} \cdot r\right)$$

$$G(r) := 2 \cdot r^2 \cdot A_{40K} \cdot y_{40K} - \mu_{40K} \cdot A_{fyr} \cdot \exp\left(-\mu_{fyr} \cdot r\right)$$

Lös genom att söka det r som ger G(r)=0.

Initial gissning: $r := 2 \cdot m$

$\mathrm{root}(G(r), r) = 3.624 \cdot m$

Alternativt kan en grafisk lösning göras genom att plotta G(r) mot r och finna nollstället hos G(r).

$\mathrm{radie} := 3.5, 3.55 .. 4$