

Lösningar till tentamen i kärnkemi ak den 26 januari 2002

Del A

1. Beskriv vad som händer vid Comptonspridning av γ -kvanta. (2p). **Svar:** γ -kvantat växelverkar med en höljelektron som lossnar och får kinetisk energi. Gammakvantat ändrar därvid riktning (impulsens konstans) och förlorar en energimängd som motsvarar summan av elektronens bindningsenergi och rörelseenergi.

2. ^{236}Np sönderfaller till 87.3% genom elektroninfångning, 12.5% genom utsändning av en β^- -partikel och resten genom α -sönderfall. Halveringstiden är $1.54 \cdot 10^5$ år. Beräkna de partiella halveringstiderna för sönderfallssätten. (3p). **Lösning:** Totala sönderfallskonstanten måste vara summan av de tre partiella sönderfallskonstanterna och procentsatserna måste summera till 100, varför $100\% - (87.3\% + 12.5\%) = 0.2\%$ sönderfaller via α . Således får vi:

$$t_{1/2} := 1.54 \cdot 10^5 \cdot \text{yr} \quad t_{1/2e} := \frac{t_{1/2}}{87.3\%} \quad t_{1/2e} = 1.764 \cdot 10^5 \cdot \text{yr}$$

$$t_{1/2b} := \frac{t_{1/2}}{12.5\%} \quad t_{1/2b} = 1.232 \cdot 10^6 \cdot \text{yr}$$

$$t_{1/2a} := \frac{t_{1/2}}{0.2\%} \quad t_{1/2a} = 7.7 \cdot 10^7 \cdot \text{yr}$$

3. Beskriv en anordning för mätning av tjockleken hos plastfolie i löpande bana genom strålningsabsorption. (2p). **Svar:** Se figur 6.28F i läroboken. Som strålkälla kan en mjuk β -strållare användas.

4. Atomkärnor kan vara udda-udda, udda-jämna, jämn-udda eller jämn-jämna. a) Rangordna stabiliteten hos dessa typer av kärnor (1p). b) Varför varierar stabiliteten på detta sätt? (3p). **Svar:** a) udda-udda < udda-jämna < jämn-udda < jämn-jämna, b) Protoner och neutroner bildar separata energistegar med högst två partiklar med motsatt spinn i varje energinivå. Högst stabilitet erhålls när de högsta av de aktuella energinivåerna innehåller två parade partiklar samtidigt i både proton- och neutronstegen (samtliga lägre energinivåer är då även fyllda).

5. Beskriv med bild och text hur två typer av gasfyllda detektorer fungerar. (4p). **Svar:** Se text och figurer i avsnitten 8.3.1, 8.3.2, 8.3.3 och 8.5.1 i läroboken. Två av dessa fyra alternativ räcker som svar på frågan.

6. a) Vad menas med radioaktiv jämvikt? (1p) b) När kan sådan inträffa? (1p). **Svar:** a) Aktiviteten i ett moder-dotter par är lika stor för både dotter och moder; sekulär jämvikt. Om moderns halveringstid inte är mycket större än dotterns så följer dotterns aktivitet samma sönderfallsskurva som modern, men dotterns aktivitet är därvid något högre än moderns; transient jämvikt. b) När modern har en längre halveringstid än dottern.

7. a) Vad är indirekt joniserande strålning? (1p) b) Ge ett exempel. (1p). **Svar:** a) strålning som inte själv joniserar men som leder till kärnreaktioner från vilka sedan joniserande strålning utsänds. b) neutroner (alt. neutriner).

8. Vad är ett makroskopiskt tvärsnitt? (2p). **Svar:** Ett makroskopiskt tvärsnitt är summan av produkten mellan aktuella atombråk och mikroskopiska tvärsnitt multiplicerat med antalet atomer per volymenhet, eller matematiskt skrivet $\Sigma = N_V \sum y_i \sigma_i$

9. Rangordna följande ämnen med avseende på dess förmåga att stoppa γ -strålning: bly, beryllium, aluminium, luft, uran. (3p). **Svar:** Förmågan ändras enligt följande; luft < beryllium < aluminium < bly < uran

10. Uran och plutonium har i ett oxidationstillstånd joner i vattenlösning som inte är sfäriskt symmetriska. a) Vilket är detta oxidationstillstånd? (2p) b) Vilken form har dessa joner? (2p) c) Vad kallas de? (1p). **Svar:** a) 6+, b) stavas av typen $(\text{O}=\text{U}=\text{O})^{2+}$ och $(\text{O}=\text{Pu}=\text{O})^{2+}$, c) uranyl- och plutonyljoner

11. Det svenska slutförvaret för använt kärnbränsle är tänkt att ligga på minst 500 m djup i granit. Vad är huvudanledningen till att man valt detta djup? (3p) **Svar:** 500 m anses ge tillräcklig slitmån under kommande istider så att risken för att förvaret skadas eller blottas blir låg.

12. a) Definiera effektiv dos? (2p) b) Vilken är dess SI-enhet? (1p). **Svar:** a) $H_E = \sum w_T \sum w_R D_{T,R}$, där index T hänförs till ett specifikt organ, index R hänförs till en viss stråltyp, D är dosen från aktuell stråltyp till aktuellt organ och w betecknar respektive viktfaktor, b) Sievert, förkortas till Sv.

13. a) Vilka nuklider ingår i den korta sönderfallskedja som börjar med ^{144}Ce ? (2p) b) Vilka av dessa är isotoper? (1p) c) Vilka är isobarer? (1p) d) Vilka är isomerer? (1p). **Svar:** Kedjan är $^{144}\text{Ce}(\beta^-)^{144}\text{Pr}(\beta^-)^{144}\text{Nd}(\alpha)^{140}\text{Ce}$ och svaren blir således a) ^{144}Ce , ^{144}Pr , ^{144}Nd , ^{140}Ce , b) ^{140}Ce , ^{144}Ce , c) ^{144}Ce , ^{144}Pr , ^{144}Nd , d) inga

Del B

Definitioner av enheter och konstanter som används i hela delB:

$$\begin{aligned} \text{barn} &:= 10^{-28} \cdot \text{m}^2 & Bq &:= \text{sec}^{-1} & \text{eV} &:= 1.60217733 \cdot 10^{-19} \cdot \text{joule} & \text{keV} &:= 10^3 \cdot \text{eV} & \text{MeV} &:= 10^6 \cdot \text{eV} \\ N_A &:= 6.0221367 \cdot 10^{23} \cdot \text{mole}^{-1} & c &:= 299792458 \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-1} & \text{amu} &:= 1.6605402 \cdot 10^{-27} \cdot \text{kg} \\ Gy &:= \text{joule} \cdot \text{kg}^{-1} & q_e &:= 1.60217733 \cdot 10^{-19} \cdot \text{coul} & m_e &:= 9.1093897 \cdot 10^{-31} \cdot \text{kg} \end{aligned}$$

14. En liten mängd zinkmetall bestrålades i ett termiskt n-flöde under 1.0 timme. Provet mättes med en HPGe detektor under 45 minuter med början 1.0 timme efter bestrålningens slut. Bildad ^{65}Zn ($t_{1/2}$ 244.3 d) gav ett pulstal som motsvarade 39600 sönderfall under mätningen medan $^{71\text{m}}\text{Zn}$ ($t_{1/2}$ 3.9 timmar) gav ett pulstal som motsvarade 5552 sönderfall av denna nuklid. n, γ -tvärsnittet för ^{64}Zn är 0.77 barn. Vad är n, γ -värsnittet för reaktionen $^{70}\text{Zn}(n,\gamma)^{71\text{m}}\text{Zn}$ om n, γ -reaktioner hos bildade nuklider kan försummas? (10p).

Lösning: OBS! n-flödet och bestrålad massa (båda okända) behövs ej för att lösa uppgiften. Aktuella reagerande nuklider är ^{64}Zn och ^{70}Zn .

För båda nukliderna gäller: $t_{irr} := 1 \cdot \text{hr}$ $t_{cool} := 1 \cdot \text{hr}$ $t_{meas} := 45 \cdot \text{min}$

För $^{64}\text{Zn}(n,\gamma)^{65}\text{Zn}$ gäller: $x_{64} := 48.6 \cdot \%$ nuklidkartan $s_{64} := 0.77 \cdot \text{barn}$

$$t_{1/2 65} := 244.3 \cdot \text{day} \quad l_{65} := \frac{\ln(2)}{t_{1/2 65}} \quad l_{65} = 3.284 \cdot 10^{-8} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$A_{65} := \frac{39600}{t_{meas}} \quad A_{65} = 14.667 \cdot \text{Bq}$$

$$A_{65} = f \cdot s_{64} \cdot x_{64} \cdot N_{Zn} \cdot (1 - \exp(-l_{65} \cdot t_{irr})) \cdot \exp(-l_{65} \cdot t_{cool})$$

För $^{70}\text{Zn}(n,\gamma)^{71\text{m}}\text{Zn}$ gäller: $x_{70} := 0.6 \cdot \%$ nuklidkartan σ_{70} är okänd och skall beräknas

$$t_{1/2 71\text{m}} := 3.9 \cdot \text{hr} \quad l_{71\text{m}} := \frac{\ln(2)}{t_{1/2 71\text{m}}} \quad l_{71\text{m}} = 4.937 \cdot 10^{-5} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Eftersom mättiden inte är försumbar i jämförelse med halveringstiden för $^{71\text{m}}\text{Zn}$ måste vi beräkna aktiviteten vid mätningens början med följande metod:

$$DN_{71\text{m}} := 5552 \quad DN_{71\text{m}} = N_{71\text{m}} \cdot (1 - \exp(-l_{71\text{m}} \cdot t_{meas}))$$

$$N_{71\text{m}} := \frac{-DN_{71\text{m}}}{(-1 + \exp(-l_{71\text{m}} \cdot t_{meas}))} \quad N_{71\text{m}} = 4.449 \cdot 10^4$$

$$A_{71\text{m}} := l_{71\text{m}} \cdot N_{71\text{m}} \quad A_{71\text{m}} = 2.196 \cdot \text{Bq}$$

Sedan beräknar vi samma aktivitet via data för bestrålningen:

$$A_{71\text{m}} = f \cdot s_{70} \cdot x_{70} \cdot N_{Zn} \cdot (1 - \exp(-l_{71\text{m}} \cdot t_{irr})) \cdot \exp(-l_{71\text{m}} \cdot t_{cool})$$

Nu kan vi eliminera både flödet, ϕ , och zinkmängden, N_{Zn} , genom att dividera de två ekvationerna för den aktivitet som bildats under bestrålningen:

$$\frac{A_{65}}{A_{71\text{m}}} = \frac{f \cdot s_{64} \cdot x_{64} \cdot N_{Zn} \cdot (1 - \exp(-l_{65} \cdot t_{irr})) \cdot \exp(-l_{65} \cdot t_{cool})}{f \cdot s_{70} \cdot x_{70} \cdot N_{Zn} \cdot (1 - \exp(-l_{71\text{m}} \cdot t_{irr})) \cdot \exp(-l_{71\text{m}} \cdot t_{cool})}$$

$$s_{70} := \frac{A_{71\text{m}}}{A_{65}} \cdot \frac{s_{64} \cdot x_{64} \cdot (1 - \exp(-l_{65} \cdot t_{irr})) \cdot \exp(-l_{65} \cdot t_{cool})}{x_{70} \cdot (1 - \exp(-l_{71\text{m}} \cdot t_{irr})) \cdot \exp(-l_{71\text{m}} \cdot t_{cool})} \quad s_{70} = 0.00810 \cdot \text{barn}$$

15. Isotopen ^{192}Ir produceras regelbundet genom bestrålning av små kulor av iridium metall med neutroner vid forskningsreaktorn i Studsvik. Man skall transportera ett antal sådana Ir-kulor, som tillsammans har en aktivitet på 40 TBq av ^{192}Ir ($t_{1/2}$ 73.831 d), i ett kulformat strålskydd av utarmat uran. Vi kan antaga att kulorna placeras i centrum på ett litet sfäriskt hålrum med diametern 1 cm placerat mitt i strålskyddet. Vid ^{192}Ir 's sönderfall kan vi antaga att γ -strålning utsänds med följande energier och intensiteter; E_{γ} 310 keV I_{γ} 141%, E_{γ} 468 keV I_{γ} 48%. Under transporten får ytdosraten på utsidan av strålskyddet inte överskrida vad som gäller för transportklass "Radioactive II" enligt IAEA. Eftersom försändelsen skall gå med flyg vill man konstruera ett strålskydd som är så lätt som möjligt. γ -absorptionsdata för uran ges på bifogat blad. Vilken yttre diameter skall detta strålskydd ha? (10p).

Lösning:

Ur figur 7.2 i läroboken erhålls följande två konstanter för dosratskonstanten vid aktuella gammaenergier:

$$E_{g1} := 310 \cdot \text{keV} \quad k_1 := 12 \cdot 10^{-18} \cdot \text{Gy} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Bq}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1} \quad n_1 := 141\% \quad n_1 = 1.41$$

$$E_{g2} := 468 \cdot \text{keV} \quad k_2 := 18 \cdot 10^{-18} \cdot \text{Gy} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Bq}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1} \quad n_2 := 48\% \quad n_2 = 0.48$$

Ur det bifogade diagrammet erhålls följande dämpningskonstanter för de två gammaenergierna:

$$m_{m1} := 0.455 \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{gm}^{-1} \quad m_{m2} := 0.204 \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{gm}^{-1}$$

$$\text{Tätheten för uranmetall anges i nuklidkartans häfte till: } r_U := 18.95 \cdot \text{gm} \cdot \text{cm}^{-3}$$

$$m_1 := m_{m1} \cdot r_U \quad m_1 = 862.225 \cdot \text{m}^{-1}$$

$$m_2 := m_{m2} \cdot r_U \quad m_2 = 386.58 \cdot \text{m}^{-1}$$

Maximalt tillåten gammadosrat på strålskyddets utsida ges i läroboken till 0.5 mSv/h. Eftersom det rör sig om γ -strålning av relativt hög energi kan vi approximera att Sv=Gy

$$D_{yta} := 0.5 \cdot 10^{-3} \cdot \text{Gy} \cdot \text{hr}^{-1} \quad D_{yta} = 1.389 \cdot 10^{-7} \cdot \text{Gy} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$\text{Strålkällans aktivitet är: } A_{Ir} := 40 \cdot 10^{12} \cdot \text{Bq}$$

Vi antar nu att strålskyddets väggtjocklek är x m. Ytdosraten blir då given av:

$$D_{yta} = \frac{A_{Ir}}{(x + 0.5 \cdot \text{cm})^2} \cdot (n_1 \cdot k_1 \cdot B_1 \cdot \exp(-m_1 \cdot x) + n_2 \cdot k_2 \cdot B_2 \cdot \exp(-m_2 \cdot x))$$

$$\text{Som en första approximation kan vi antaga att: } B_1 := 1 \quad B_2 := 1$$

Eftersom denna ekvation enklast kan lösas grafiskt eller genom att finna nollstället till motsvarande funktion bildar vi nu funktionen G(x) och löser denna numeriskt

$$G(x) := \frac{A_{Ir}}{(x + 0.5 \cdot \text{cm})^2} \cdot (n_1 \cdot k_1 \cdot B_1 \cdot \exp(-m_1 \cdot x) + n_2 \cdot k_2 \cdot B_2 \cdot \exp(-m_2 \cdot x)) - D_{yta}$$

$$TOL := 10^{-15} \quad \text{Anger max tillåten avvikelse från nollvärdet}$$

$$x := 1 \cdot \text{cm} \quad x_{calc} := \text{root}(G(x), x) \quad x_{calc} = 3.667 \cdot \text{cm}$$

Nu behöver vi uppskatta värden på B ur figur 6.20 med hjälp av värdena på $\mu \cdot x$ och E_{γ} :

$$m_{x1} := m_1 \cdot x_{calc} \quad m_{x1} = 31.617 \quad B_1 := 2.3$$

$$m_{x2} := m_2 \cdot x_{calc} \quad m_{x2} = 14.175 \quad B_2 := 2.7$$

$$G(x) := \frac{A_{Ir}}{(x + 0.5 \cdot \text{cm})^2} \cdot (n_1 \cdot k_1 \cdot B_1 \cdot \exp(-m_1 \cdot x) + n_2 \cdot k_2 \cdot B_2 \cdot \exp(-m_2 \cdot x)) - D_{yta}$$

$$x_{calc} := \text{root}(G(x), x) \quad m_{x1} := m_1 \cdot x_{calc} \quad m_{x1} = 33.593$$

$$x_{calc} = 3.896 \cdot \text{cm} \quad m_{x2} := m_2 \cdot x_{calc} \quad m_{x2} = 15.062$$

Detta ger ingen nämnvärd skillnad i B

$$d_{yttre} := 2 \cdot (x_{calc} + 0.5 \cdot \text{cm}) \quad d_{yttre} = 8.792 \cdot \text{cm} \quad \text{avrundat } d_{yttre} = 8.8 \cdot \text{cm}$$

16. För att bestämma åldern hos ett arkeologiskt prov grafiteras detta varefter en liten mängd av grafiten monteras i en jonkälla till en van de Graaf accelerator som arbetar vid en spänning på 6 MV. Av utgående koljoner från acceleratoren utväljs de som har laddningen $2+$ genom en hastighetsselektor varefter de får passera genom ett homogent magnetfält med styrkan 0.2 tesla. Vid utträde ur magnetfältet har ^{12}C avböjts i en vinkel på 4 grader i förhållande till ingående strålriktning. Kolisotopen med masstalet 14 har ett massöverskott på 3019.910 keV . Hur stor blir då motsvarande avböjningsvinkel för ^{14}C ? (10p)

Lösning:

$$d := 3019.910 \cdot \text{keV} \quad M_{014} := 14 + \frac{d}{931.5 \cdot \text{MeV}} \quad M_{014} = 14.003$$

$$M_{012} := 12$$

Nu räknar vi snabbt om dessa till kg:

$$m_{012} := M_{012} \cdot \text{amu} \quad m_{012} = 1.993 \cdot 10^{-26} \cdot \text{kg}$$

$$m_{014} := M_{014} \cdot \text{amu} \quad m_{014} = 2.325 \cdot 10^{-26} \cdot \text{kg}$$

Acceleratorns polspänning var:

$$U_{\text{acc}} := 6 \cdot 10^6 \cdot \text{volt}$$

Energien hos $2+$ -joner blir då:

$$E_{\text{jon}} := U_{\text{acc}} \cdot 2 \cdot q_e \quad E_{\text{jon}} = 12 \cdot \text{MeV}$$

Massekvivalenten av denna energi är:

$$Dm := \frac{E_{\text{jon}}}{931.5 \cdot \frac{\text{MeV}}{\text{amu}}} \quad Dm = 2.139 \cdot 10^{-29} \cdot \text{kg}$$

Dea aktuella jonmassorna är då (OBS $2 e^-$ är borta):

$$m_{12} := m_{012} + Dm - 2 \cdot m_e \quad m_{12} = 1.995 \cdot 10^{-26} \cdot \text{kg}$$

$$m_{14} := m_{014} + Dm - 2 \cdot m_e \quad m_{14} = 2.327 \cdot 10^{-26} \cdot \text{kg}$$

Nu använder vi ekv. 13.6:

$$E_{\text{kin}} := E_{\text{jon}} \quad B_{\text{mag}} := 0.2 \cdot \text{tesla}$$

För ^{12}C får vi då:

$$E_{\text{kin}} = \frac{(2 \cdot q_e)^2 \cdot r_{12}^2 \cdot B_{\text{mag}}^2}{2 \cdot m_{12}}$$

$$r_{12} := \frac{1}{[2 \cdot (q_e \cdot B_{\text{mag}})]} \cdot \sqrt{m_{12} \cdot 2 \cdot E_{\text{kin}}} \quad r_{12} = 4.321 \cdot \text{m}$$

För ^{14}C får vi pss:

$$r_{14} := \frac{1}{[2 \cdot (q_e \cdot B_{\text{mag}})]} \cdot \sqrt{m_{14} \cdot 2 \cdot E_{\text{kin}}} \quad r_{14} = 4.668 \cdot \text{m}$$

Nu kan göra det rimliga antagandet att båda jonerna avböjs med samma båglängd innan de lämnar magneten och fortsätter i rak bana. Den centrala vinkeln blir för ^{12}C samma som avböjningsvinkeln, dvs 4 grader. Nu har inte de båda banorna centrum på samma ställe varför:

$$V_{12} := \frac{4}{360} \quad V_{12} = 0.0111 \quad s_{12} := 2 \cdot p \cdot r_{12} \cdot V_{12} \quad s_{12} = 0.302 \cdot \text{m}$$

$$s_{14} := s_{12} \quad s_{14} = 2 \cdot p \cdot r_{14} \cdot V_{14} \quad V_{14} := \frac{1}{2} \cdot \frac{s_{14}}{(p \cdot r_{14})} \quad V_{14} = 0.0103$$

$$v_{14} := V_{14} \cdot 360 \quad v_{14} = 3.703 \quad \text{grader}$$

17. I ett försök att behandla leukemi hos en mycket gammal patient, kroppsvikt 78 kg, injicerades 0.3 GBq ^{198}Au ($t_{1/2}$ 2.6943 d, och $E_{\gamma\text{medel}}$ 0.403 MeV och $E_{\beta\text{medel}}$ 0.421 MeV per sönderfall) som en guldsol i en ven. Försumma tiden som det tar för att få en jämn fördelning av Au i kroppen. Ingen utsöndring av guld sker via saliv, svett, urin och avföring. Antag att 100% av all β -strålning och 80% av all γ -strålning absorberas i patientens kropp. Beräkna den dos som patienten fick vid denna behandling (Gy). (10p)

$$A_{Au} := 0.3 \cdot 10^9 \cdot \text{Bq} \quad t_{1/2Au} := 2.6943 \cdot \text{day} \quad l_{Au} := \frac{\ln(2)}{t_{1/2Au}} \quad l_{Au} = 2.978 \cdot 10^{-6} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$m_{pat} := 78 \cdot \text{kg} \quad E_b := 0.421 \cdot \text{MeV} \quad h_b := 100 \cdot \% \quad E_b = 6.745 \cdot 10^{-14} \cdot \text{joule}$$

$$E_g := 0.402 \cdot \text{MeV} \quad h_g := 80 \cdot \% \quad E_g = 6.441 \cdot 10^{-14} \cdot \text{joule}$$

Här kan man använda begreppet medel-livslängd för att förenkla beräkningen av totala dosen:

$$t_{medel} := \frac{1}{l_{Au}} \quad t_{medel} = 3.887 \cdot \text{day}$$

$$D_{tot} := \frac{A_{Au} \cdot t_{medel} (E_b \cdot h_b + E_g \cdot h_g)}{m_{pat}} \quad D_{tot} = 0.154 \cdot \text{Gy}$$