

Förslag till lösningar. Tentamen, Kärnkemi KKK030 - 2003.01.25

Del A

1. Beskriv Bethe-Weizsäckers semiempiriska massekvation (1935), "Vätskedroppsmodellen" och alla dess komponenter, samt deras fysikaliska betydelse (behöver ej skriva exakta uttrycken för alla termer). (6 p)

Lösning/Svar:

$$E_B(\text{MeV}) = a_v A - a_a(N-Z)^2 A^{-1} - a_c Z^2 A^{-1/3} - a_s A^{2/3} \pm a\delta A^{-3/4}$$

$a_v A$: Volymenergin; pga mättnadskaraktären hos de sammanhållande krafterna i atomkärnan. Bindningsenergin beror direkt av masstalet ifall man antar direkt proportionalitet mot det totala antalet nukleoner.

$a_a(N-Z)^2 A^{-1}$: Asymmetrienergi; pga kärnans stabilitet minskar E_B med ökande asymmetri (N/Z förhållande).

$a_c Z^2 A^{-1/3}$: Coulombenergin; pga elektrostatisk repulsion mellan protonerna i kärnan.

$a_s A^{2/3}$: Ytenergin; pga att nukleonerna i ytan av en kärna har färre grannar att växelverka med än djupare liggande nukleoner.

$a\delta A^{-3/4}$: Parenergi; pga att de stabilaste tillstånden är då både p och n bildar par. Har man helt "slutna" skal så är kärnan mycket stabil.

2. a) Beräkna bindningsenergin per nukleon i MeV för ^{244}Cm . (2 p)

Lösning/Svar:

$$E_B(\text{Cm244}) = -931,5 [M_{\text{Cm244}} - (96 \cdot M_H + 148 \cdot M_n)]/244 = 7,524 \text{ MeV/u}$$

b) Beräkna α -partikelns kinetiska energi för α -partikeln då ^{244}Cm sönderfaller genom α -sönderfall. (4 p)

Massöverskottet (δ_A) för:

$$^{244}_{96}\text{Cm} \text{ är } 62\,746 \mu\text{u}$$

$$^{240}_{94}\text{Pu} \text{ är } 53\,808 \mu\text{u}$$

$$^{240}_{98}\text{Cf} \text{ är } 62\,287 \mu\text{u}$$

$$^4_2\text{He} \text{ är } 2\,603 \mu\text{u}$$

$$^1_1\text{H} \text{ är } 7\,825 \mu\text{u}$$

$$n \text{ är } 8\,665 \mu\text{u}$$

Lösning/Svar:

$$\delta_A = M_A - A \text{ varför } M_A = \delta_A + A$$

$$M_{\text{He}} = 4,002603 \text{ u}$$

$$M_{\text{Cm244}} = 244,062746 \text{ u}$$

$$M_{\text{Pu240}} = 240,053808 \text{ u}$$

$$Q_\alpha = -931,5 \cdot (M_{\text{Pu240}} + M_\alpha - M_{\text{Cm244}}) [\text{MeV}] = 5,901 \text{ MeV}$$

$$E_\alpha = (M_{\text{Pu240}}/M_{\text{Cm244}}) \cdot Q_\alpha$$

$$\text{Med insatta värden fås: } E_\alpha = 5,804 \text{ MeV}$$

3. Protonrika ^{149}Eu kan genomgå EC och/eller β^+ -sönderfall till ^{149}Sm eller β^- -sönderfall till ^{149}Gd . Vilken eller vilka av dessa sönderfallssätt är energetiskt tillåten/tillåtna för ^{149}Eu ? (6 p)

$$M_{\text{Eu149}} = 148,9179227 \text{ u}$$

$$M_{\text{Sm149}} = 148,91717529 \text{ u}$$

$$M_{\text{Gd149}} = 148,91934204 \text{ u}$$

$$m_e = 0,00054858 \text{ u}$$

Lösning/Svar:

$$\text{EC: } ^{149}_{63}\text{Eu} \Rightarrow ^{149}_{62}\text{Sm} + \gamma + \nu \quad \text{varför } Q_{\text{EC}} = -931,5 (M_{\text{Sm149}} - M_{\text{Eu149}}) = 0,696 \text{ MeV}$$

$$\beta^+\text{-sönderfall: } ^{149}_{63}\text{Eu} \Rightarrow ^{149}_{62}\text{Sm} + \beta^+ + \nu \quad \text{varför } Q_{\beta^+} = -931,5 (M_{\text{Sm149}} + 2m_e - M_{\text{Eu149}}) = -0,326 \text{ MeV}$$

$$\beta^-\text{-sönderfall: } ^{149}_{63}\text{Eu} \Rightarrow ^{149}_{64}\text{Gd} + \beta^- + \nu \quad \text{varför } Q_{\beta^-} = -931,5 (M_{\text{Gd149}} - M_{\text{Eu149}}) = -1,322 \text{ MeV}$$

För att sönderfallet skall vara energetiskt tillåtet måste $Q > 0$, således är bara EC energetiskt tillåtet.

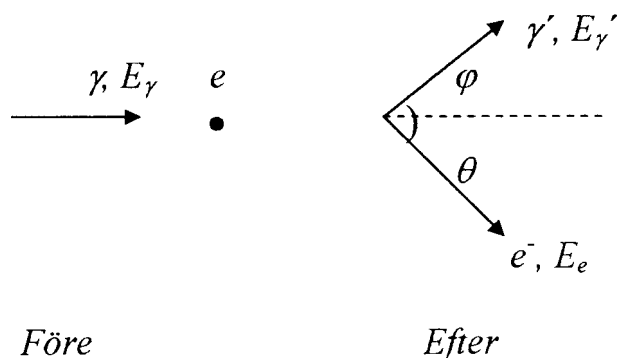
4. Kommer universum att fortsätta att expandera för evigt enligt nuvarande standardmodell(er)? Vad krävs för att universum skall sluta expandera och istället börja "dra ihop sig" igen? (2 p)

Lösning/Svar: Enligt nuvarande vedertagna och vetenskapligt accepterade modeller så kommer universum att fortsätta expandera för evigt ifall enbart de observerade galaxerna bidrar med massa i universum. Nästan 90 % saknas av den massa som behövs för att gravitationskrafterna slutligen skall ta över och leda till att universum börjar dra ihop sig igen ("The missing mass"). Det har framförts olika förslag/teorier på hur universum skall kunna innehålla denna massa, t.ex. många svarta hål, "weak heavy interacting particles" (WHIP) som bara interagerar m h a gravitationskraft. Dock har man inte kunnat verifiera eller "bevisa" dessa antaganden.

5. Vid vilken energi börjar compton-kontinuet, dvs vid vilken energi finns compton-kanten, E_{CE} , för en foton med energin 1,5 MeV i ett γ -spektrum. Härled uttrycket för E_{CE} och beräkna sedan E_{CE} . (10 p)

Ledtråd: Sök den från fotonen till elektronen maximalt överförda energin.

Lösning/Svar:



Impulsens bevarande: $p_\gamma = p_{\gamma'} + p_e$ (vektorer) (1)

Energins bevarande: $E_\gamma + m_e c^2 = E_{\gamma'} + E_{(tot)e}$ (2)

(1) ger

$$p_e^2 = p_\gamma^2 + (p_{\gamma'})^2 - 2p_\gamma p_{\gamma'} \cos(\phi) \quad (3)$$

$$E_{(tot)e}^2 = p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4 \quad (4)$$

$$E_\gamma = p_\gamma c \quad (5)$$

(4) & (5) insatta i (3) ger

$$E_{(tot)e}^2 - m_e^2 c^4 = E_\gamma^2 + (E_{\gamma'})^2 - 2E_\gamma E_{\gamma'} \cos(\phi) \quad (6)$$

(2) kan skrivas som $E_{(tot)e} = E_\gamma + m_e c^2 - E_{\gamma'}$

som insatt i (6) ger

$$(E_\gamma - E_{\gamma'})^2 m_e^2 c^4 = E_\gamma^2 E_{\gamma'}^2 (1 - \cos(\phi))$$

eller

$$E_{\gamma'} = E_\gamma / \{1 + [E_\gamma / (m_e c^2)] (1 - \cos(\phi))\}$$

där $m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$

Vi söker den från fotonen till elektronen max överförda energin, dvs E_e då $\phi = \pi$. Detta ger:

$$E_{\gamma'} = E_\gamma / \{1 + 2E_\gamma / 0.511\} \text{ [MeV]}$$

$$E_{CE} = E_e = E_\gamma - E_{\gamma'} = E_\gamma - E_\gamma / \{1 + 2E_\gamma / 0.511\} = E_\gamma / (1 + 0.511 / 2E_\gamma) \text{ [MeV]}$$

För $E_\gamma = 1.5 \text{ [MeV]}$ blir då $E_{CE} = 1.3 \text{ MeV}$

6. Definiera:

a) nuklid (1 p)

Lösning/Svar: En atomkärna med ett bestämt antal n och p.

b) isoton (1 p)

Lösning/Svar: En atomkärna med ett bestämt antal n.

c) massöverskott (1 p)

Lösning/Svar: $\delta = M_A - A$

d) massdefekt (1 p)

Lösning/Svar: $\Delta M_A = M_A - Z M_H - N M_n$

e) ALI (1 p)

Lösning/Svar: Annual Limit of Intake, dvs den mängd radioaktiv substans som vid upptag (t.ex. förtäring eller inandning) ger 50 mSv.

f) överkritiskt system (kärnkraft) (1 p)

Lösning/Svar: $k > 1$ där k = multiplikationsfaktorn.

7. Vad är PSA förkortning för när man diskuterar säkerhetsfrågor? Beskriv och ge exempel. (3 p)

Lösning/Svar: PSA = Probabilistic Safety Analysis och innebär en statistisk säkerhetsanalys. M h a PSA försöker man hitta kritiska förlopp. Om sådana hittas försöker man sedan ändra anläggningen för att minska sannolikheten för dessa kritiska förlopp.

8. En detektors verkningsgrad är produkten av flera faktorer; vilka? (3 p)

Lösning/Svar: $\Psi = \Psi_{\text{det}} \Psi_{\text{res}} \Psi_{\text{geom}} \Psi_{\text{back}} \Psi_{\text{self}} \Psi_{\text{abs}}$

Ψ_{det} = själva detektorns verkningsgrad

Ψ_{res} = funktion av dödtid

Ψ_{geom} = funktion av geometri

Ψ_{back} = återspridning

Ψ_{self} = självabsorption

Ψ_{abs} = absorption i luft (eller i mediet mellan detektor och strålkälla)

9. Vad menas med Cerenkov-strålning och när uppkommer den? (2 p)

Lösning/Svar: När en partikel färdas snabbare än ljuset i en viss materia så utsänds elektromagnetisk strålning (ljus) koherent i en kon, vars axel har samma riktning som partikelns rörelseriktning.

10. Vilka nuklider använder sig en termisk bldreaktor av? (3 p)

Lösning/Svar: ^{233}U produceras från ^{232}Th . Reaktorn kan endera vara konstruerad med en härd som innehåller en blandning av ^{232}Th och ^{233}U eller med en central härd/område bestående av ^{233}U och som är omgiven av en yttre blanket/hölje av ^{232}Th där nyproduktionen av ^{233}U sker.

11. Vilka kvarkar består en neutron och en proton av, samt vilken laddning har respektive kvark? (4 p)

Lösning/Svar: p = 2 u-kvarkar och en d-kvark, n = 2 d-kvarkar och en u-kvark

u-kvarken har laddning +2/3 och d-kvarken har laddning -1/3

12. Vad är PET och beskriv mycket enkelt hur en sådan utrustning fungerar? (4 p)

Lösning/Svar: PET = Positron Emission Tomography

Förintelsen av β^+ från en β^+ -emitterande nuklid resulterar i 2 st 0,511 MeV γ -fotoner som rör sig i motsatt riktning från varandra (impulsens bevarande). Om man detekterar dessa två fotoner samtidigt m h a γ -detektorer som är placerade i 180° vinkel från varandra så vet man att β^+ -partikelns förintelse skedde längs en linje mellan dessa detektorer. Är räckvidden för β^+ kort i materialet så utsänds fotonerna praktiskt taget från samma plats som sönderfallet av radionukliden. Om man har detektorer placerade 2π runt mätobjektet så kan man efter många sönderfall lokalisera platsen för radionukliden.

Del B

1. Vid ett sjukhus separerar man rutinmässigt ^{132}I från modern ^{132}Te . Leverans av 2,00 TBq ^{132}Te sker varje fredag kl. 17:00 och separationen görs på måndag kl. 07:00. Separationen tar 1 minut. Lösningen med ^{132}I samlas upp i en cylindrisk flaska med höjd = diameter = 1,0 cm. Flaskan fylls helt med lösning. Hur stor blir dosraten 25 cm från den nyfyllda flaskans centrum? Då ^{132}I sönderfaller utsänds γ -kvanta med energierna (I_γ inom parentes) 523 keV (16 %), 630 keV (14 %), 668 keV (99 %), 773 keV (76 %) och 955 keV (18 %). (10 p)
Lösning/Svar: Vid leverans fredag 17:00 gäller att $A_0 = 2 \cdot 10^{12}$ Bq. Måndag kl. 07:00 har 62 timmar gått, vilket innebär att $A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 1,14 \cdot 10^{12}$ Bq ($\lambda = \ln(2)/76,3 \text{ h}^{-1}$).

Uppgifterna i texten + fig 7.2. i läroboken ger:

$$E_\gamma = 523 \text{ keV} \quad n_1 = 16 \% \quad k_1 = 20 \cdot 10^{-18} \text{ Gy m}^2 \text{ Bq}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$E_\gamma = 630 \text{ keV} \quad n_2 = 14 \% \quad k_2 = 24 \cdot 10^{-18} \text{ Gy m}^2 \text{ Bq}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$E_\gamma = 668 \text{ keV} \quad n_3 = 99 \% \quad k_3 = 25 \cdot 10^{-18} \text{ Gy m}^2 \text{ Bq}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$E_\gamma = 773 \text{ keV} \quad n_4 = 76 \% \quad k_4 = 28 \cdot 10^{-18} \text{ Gy m}^2 \text{ Bq}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$E_\gamma = 955 \text{ keV} \quad n_5 = 16 \% \quad k_5 = 20 \cdot 10^{-18} \text{ Gy m}^2 \text{ Bq}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

Inget sägs om absorptionen i olika medier, så vi antar att: $B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = B_5 = 1$

Vi antar också punktformig strålkälla:

$$\text{Dosraten blir då } D = (A/r^2)(n_1 k_1 B_1 + n_2 k_2 B_2 + n_3 k_3 B_3 + n_4 k_4 B_4 + n_5 k_5 B_5) \text{ [Gy/s]}$$

Insättning av $A (= 1,14 \cdot 10^{12} \text{ Bq})$, $r (= 0,25 \text{ m})$, n_{1-5} , och k_{1-5} ger $D = 0,0011 \text{ Gy/s}$ eller $3,96 \text{ Gy/h}$

Eftersom viktningsfaktorn är 1 för gamma är även svaret $3,96 \text{ Sv/h}$ OK, förutsatt att det framgår av lösningen att övergång görs från absorberad dos till ekvivalentdos.

2. Vid ett experiment framställer man ^{244}Pa genom reaktionen $^{209}\text{Bi} (^{18}\text{O}, 3n) ^{244}\text{Pa}$. Antalet Bi-atomer i target var $2,10 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-2}$. Intensiteten hos ^{18}O -strålen var $5,76 \cdot 10^{10} \text{ joner/s}$. Tvärsnittet för reaktionen är $0,5 \text{ mb}$, och halveringstiden för ^{244}Pa är $0,85 \text{ s}$. Reaktionsprodukterna avlägsnades kontinuerligt från target och Pa separerades i en kontinuerlig process med 67% utbyte. Lösningen från den kemiska processen pumpades sedan kontinuerligt genom en detektorcell. Detektorns verkningsgrad var 92% . Transporttiden från bildning i target tills aktiviteten nådde detektorcellen var $3,75 \text{ s}$. Uppenhållstiden i cellen antas ha varit $4,18 \text{ s}$. Försöket pågick totalt $4\,907 \text{ s}$. Hur många pulser registrerade detektorn? (10 p)

Lösning/Svar:

$$N_{\text{Bi}} = 2,10 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-2}$$

$$I = 5,76 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

$$\sigma = 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-28} \text{ m}^2$$

$$t_{1/2} = 0,85 \text{ s}$$

$$\lambda = \ln(2)/t_{1/2} = 0,815 \text{ s}^{-1}$$

$$\eta_{\text{sep}} = 67 \%$$

$$\Psi_{\text{det}} = 92 \%$$

$$t_{\text{in}} = 3,75 \text{ s}$$

$$t_{\text{det}} = 4,18 \text{ s}$$

$$t_{\text{exp}} = 4907 \text{ s}$$

$$R_0 = N_{\text{Bi}} \cdot I \cdot \sigma$$

$$N_0 = R_0 \cdot t_{\text{exp}} \cdot \eta_{\text{sep}} = 1,99 \cdot 10^5$$

$$N_{\text{in}} = N_0 \cdot \exp(-\lambda \cdot t_{\text{in}}) = 9,342 \cdot 10^3$$

$$N_{\text{ut}} = N_{\text{in}} \cdot \exp(-\lambda \cdot t_{\text{det}}) = 309$$

Skillnaden mellan antal atomer till detektorn och ut från den måste vara antalet som har sönderfallit i detektorn under experimentet, dvs:

$$N_{\text{det}} = (N_{\text{in}} - N_{\text{ut}}) \cdot \Psi_{\text{det}} = 8310$$

3. Naturligt kalium består till 0,0117 % av ^{40}K . Vad är spec. aktiviteten av 1,0 g KCl i dpm/g? (8 p)

Lösning/Svar:

$$t_{1/2}(^{40}\text{K}) = 1,28 \cdot 10^9 \text{ år}$$

$$\text{Molmassan hos naturligt KCl} = M_{\text{KCl}} = 39,10 + 35,45 = 74,55 \text{ g/mol}$$

$$\text{Fraktion } ^{40}\text{K} = X_{\text{K}40} = 0,117 \cdot 10^{-3}$$

$$m_{\text{KCl}} = 1,0 \text{ g}$$

$$\text{Antal mol KCl i 1,0 g KCl} = m_{\text{KCl}}/M_{\text{KCl}} = 1,0/74,55 = 0,0134 \text{ mol}$$

Antal atomer K i 1,0 g KCl:

$$N_{\text{K}} = N_{\text{A}} \cdot 0,0134 = 6,022045 \cdot 10^{23} \cdot 0,0134 = 8,0779 \cdot 10^{21}$$

$$\text{Antal atomer } ^{40}\text{K} = N_{\text{K}40} = 0,117 \cdot 10^{-3} \cdot 8,0779 \cdot 10^{21} = 9,451 \cdot 10^{17}$$

$$A_{\text{K}40} = \lambda \cdot N_{\text{K}40} = [\ln(2)/t_{1/2}(^{40}\text{K})] \cdot N_{\text{K}40} = 0,693/(1,28 \cdot 10^9 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 60) \cdot 9,451 \cdot 10^{17} = 9,73 \cdot 10^2 \text{ dpm}$$

$$\text{Specifik aktivitet} = S = A/m \text{ varför } S_{\text{KCl}} = (9,73 \cdot 10^2)/1,0 = 9,73 \cdot 10^2 \text{ dpm/g}$$

4. En pulveriserad mineralfraktion innehåller 0,15 vikts-% Cu. 2 g av pulvret skakas under 15 timmar med 1 ml av en ^{64}Cu -lösning med en specifik aktivitet av 9 GBq/g Cu. Man antar att fullständigt isotoputbyte sker mellan pulver och lösning, men att lösningens Cu-halt inte ändras. 1 ml av den använda ^{64}Cu -lösningen gav 30 000 cps i en detektor vid samma tidpunkt som skakningen påböjades. Efter centrifugering avpipetterades och mättes omedelbart 0,3 ml av den lösning som varit blandad med pulvret. Härvid erhöles räknehastigheten 350 cps. Försumma detektorns bakgrund. Hur stor var den avpipetterade lösningens specifika aktivitet (Bq/g Cu) omedelbart efter skakningens slut? (10 p)

Lösning/Svar:

Total mängd Cu i systemet: $m_{\text{Cu}} = 0.15\%$ av 1 g = $1,5 \cdot 10^{-3}$ g (vi försummar Cu i den aktiva utgångslösningen p.g.a. den höga specifika aktiviteten).

Halveringstiden för ^{64}Cu är 12,70 h, dvs $\lambda = \ln(2)/12,70 = 0.05458 \text{ h}^{-1}$

$$S_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Bq/g}$$

$$V_0 = 1 \text{ ml}$$

$$V_{\text{prov}} = 0,3 \text{ ml}$$

$$R_0 = 30000 \text{ cps}$$

$$C_0 = x \text{ [g/ml]}$$

$$R_{\text{prov}} = 350 \exp(\lambda \cdot 15) = 793 \text{ cps (korrektion för sönderfall under 15 timmars skakning)}$$

$$\text{Före utbytet: } S_0 \cdot C_0 \cdot V_0 \text{ [Bq]} = R_0 / \Psi \text{ [Bq]}$$

$$\text{Efter utbytet har vi: } s \cdot C_0 \cdot V_0 + s \cdot m_{\text{Cu}} \text{ [Bq]}, \text{ dessutom gäller att } s \cdot C_0 \cdot V_{\text{prov}} = R_{\text{prov}} / \Psi \text{ [Bq]}$$

$$\text{Dividera } R_0 / \Psi \text{ med } R_{\text{prov}} / \Psi \text{ så fås efter förkortningar: } R_0 / R_{\text{prov}} = S_0 \cdot V_0 / s \cdot V_{\text{prov}}$$

$$\text{Lös ut } s \text{ så fås: } s = S_0 \cdot V_0 \cdot R_{\text{prov}} / R_0 \cdot V_{\text{prov}} = 1,44 \cdot 10^9 \text{ [Bq/g Cu]}$$