

Del A

1. Ange de kemiska beteckningarna för grundämnena astat, americium, prometium och protaktinium. (2p).
Svar: At, Am, Pm, Pa

2. a) Vilka nuklider ingår i den sönderfallskedja som börjar med ^{147}La ? (3p), b) Vilka av nukliderna i a) är isobara? (1p), c) Vilka av nukliderna är istopa? (1p), d) Vilka är isotona? (1p), e) Vilka är isomera? (1p).

Svar: a) ^{147}La , ^{147}Ce , ^{147}Pr , ^{147}Nd , ^{147}Pm , ^{147}Sm , ^{143}Nd (stabil), b) ^{147}La , ^{147}Ce , ^{147}Pr , ^{147}Nd , ^{147}Pm , ^{147}Sm , c) ^{147}Nd och ^{143}Nd , d) inga, e) inga.

3. Hur ändras massan hos en snabb partikel med hastigheten (ekvation) (2p)?

Svar: $m = m_0 \cdot (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$

4. Beskriv en anordning för mätning av tjockleken hos rostfri plåt i löpande bana genom strålningsabsorption (skiss och förklaring). (3p) Svar: Se fig. 6.28 F (till höger om valsarna).

5. Massöverskotten för ^{241}Pu och ^{241}Am är 52.9520 och 52.9312 MeV. a) Vad är Q-värdet för reaktionen $^{241}\text{Pu}(\beta^-)^{241}\text{Am}$? (2p), b) Vad är β -partiklarnas maximalenergi? (2p), c) Hur stor blir dotternuklidens rekylenergi? (2p).

Svar: a) $Q_\beta = \delta(^{241}\text{Pu}) - \delta(^{241}\text{Am})$, (ekv 4.26 och ekv. 3.4)

MeV := $1.60217733 \cdot 10^{-13} \cdot \text{joule}$

$$Q_\beta := (52.9520 - 52.9312) \cdot \text{MeV}$$

$$Q_\beta = 0.0208 \cdot \text{MeV}$$

Enklarest att först besvara c-frågan:

$$E_{\max} = Q_\beta - E_d$$

ekv 4.31

Men vi vet att E_d är mycket liten:

$$E_{\max} := 0.0208 \cdot \text{MeV}$$

Approximation

$$E_d = \frac{m_e \cdot E_{\max}}{m_d} + \frac{E_{\max}^2}{2 \cdot m_d \cdot c^2}$$

ekv 4.32

$$m_d := 241 \cdot 931.5 \cdot \text{MeV}$$

$$m_e := 0.511 \cdot \text{MeV}$$

För $m_d c^2$ använder vi $931.5 \cdot m_d$ (MeV)

$$E_d := \frac{m_e \cdot E_{\max}}{m_d} + \frac{E_{\max}^2}{2 \cdot 931.5 \cdot 241 \cdot \text{MeV}}$$

$$E_d = 4.831 \cdot 10^{-8} \cdot \text{MeV}$$

Nu tar vi uppgift b):

$$E_{\max} := Q_\beta - E_d$$

$$E_{\max} = 0.0208 \cdot \text{MeV}$$

OK med approx.

6. Hur beräknas den effektiva ekvivalentdosen? (2p). Svar: $H_E = \sum w_T \cdot \sum w_R \cdot D_{T,R}$ (ur ekv. 18.2 och 18.1)

7. En proportionaldetektor med tunnt mylarfönster som arbetade på α -platån gav 7210 pulser per minut över bakgrund vid mätning på ett punktformigt ^{210}Po -preparat placerat på 4 cm avstånd från fönstret. Hur många pulser över bakgrund registreras om avståndet ökas till 12 cm? (2p). Svar: Inga (utanför räckvidden för α)

8. Kärnans neutron och protonnivåer bildar energistegar med olika energiavstånd mellan nivåerna. a) Vilken stege har störst avstånd mellan nivåerna? (2p), b) Varför har den det? (2p). Svar: a) protonstegen, b) inbördes repulsion mellan protonernas positiva laddningar.

9. Hur sker energitillförseln till elektroderna i en Widerøe accellerator (skiss och förklaring)? (3p). Svar: se fig. 13.4.

10. a) Vilka är de naturliga sönderfallserierna (namn och modernuklid)? (4p), b) I vilken av dessa ingår ^{222}Rn ? (1p), c) Hur kan dessa serier påverka isotopsammansättningen hos bly? (2p). Svar: a) Toriumserien, ^{232}Th , Neptuniumserien, ^{237}Np , Uranserien, ^{238}U , Aktiniumserien, ^{235}U , b) Uranserien, c) Toriumserien, Uranserien och Aktiniumserien slutar med olika stabila blyisotoper. Således kan Th och U-halterna i ett Pb-haltigt material påverka Pb:s isotopsammansättning.

11. Rangordna följande strålslag efter stigande LET-värde vid samma energi: α , β , γ , ν (2p). Svar: LET-värdet sjunker i den givna serien. Kasta om ordningen så har vi svaret.

Del B

12. Ett ^{204}Tl -preparat hade aktiviteten 2.7 kBq kl 1200 den 1/12 1995. Den 29/3 1998 mättes preparatet med en GM-detektor varvid 60500 pulser erhöles under 5 minuter. Ett annat ^{204}Tl -preparat med okänd aktivitet mättes strax efteråt med samma detektor (identiska betingelser) under 10 minuter varvid 42800 pulser registrerades. Detektorn gav sedan 1090 pulser under 10 minuter utan något radioaktivt preparat. Vad var aktiviteten (Bq) hos det okända preparatet? (10p).

$$\text{Bq} := \text{sec}^{-1}$$

$$t_{1/2} := 3.78 \cdot \text{yr} \quad (\text{från nuklidkartan eller fig. 5.1 i läroboken}) \quad \lambda := \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \quad \lambda = 5.811 \cdot 10^{-9} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$\text{Det kända preparatets avklingning (bara hela månader):} \quad \Delta t := \frac{1 + 2 \cdot 12 + 3}{12} \cdot \text{yr}$$

$$\Delta t = 2.333 \cdot \text{yr} \quad A_0 := 2.7 \cdot 10^3 \cdot \text{Bq} \quad A_{nu} := A_0 \cdot \exp(-\lambda \cdot \Delta t) \quad A_{nu} = 1.76 \cdot 10^3 \cdot \text{Bq}$$

$$R_{bak} := \frac{1090}{10 \cdot \text{min}} \quad R_{bak} = 1.817 \cdot \text{sec}^{-1} \quad R_{nu} := \frac{60500}{5 \cdot \text{min}} - R_{bak} \quad R_{nu} = 199.85 \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$R_{oknt} := \frac{42800}{10 \cdot \text{min}} - R_{bak} \quad R_{oknt} = 69.517 \cdot \text{sec}^{-1}$$

Nu gäller: $R_{nu} = A_{nu} \cdot \psi$ och $R_{oknt} = A_{oknt} \cdot \psi$; dividera dessa ekvationer för att eliminera ψ och lös ut A_{oknt} :

$$\frac{A_{oknt} \cdot \psi}{A_{nu} \cdot \psi} = \frac{R_{oknt}}{R_{nu}} \quad A_{oknt} := A_{nu} \cdot \frac{R_{oknt}}{R_{nu}} \quad A_{oknt} = 612.248 \cdot \text{Bq}$$

13. Vid ett sjukhus elueras rutinmässigt ^{99m}Tc från en isotopgenerator. Enligt tillverkaren kan generatoren leverera 800 GBq när den anländer till sjukhuset kl 0600 var måndag morgon. Eluering sker tidigast kl 0800 och tar bara en minut. Eluatet uppsamlas i en flaska med höjd = diameter = 2 cm placerad i en blybehållare med ett centralt hålrum som exakt passar till flaskans yttermått. Hur stor minsta vägg tjocklek bör denna ha om man kan tolerera en högsta doshastighet på 2 mSv/h på behållarens yta? (^{99m}Tc har 0.004% av alla sönderfall via β^-) (10p).

Svar: ^{99m}Tc är dotter till ^{99}Mo ($t_{1/2}$ 66.0 h). Sönderfall från kl 0600 till kl 0800 (2 timmar) minskar aktiviteten från 800 GBq till $800 \cdot \exp\left(-2 \cdot \frac{\ln(2)}{66.0}\right) = 783.4$ GBq. Enligt boken (sid 56) leder praktiskt taget alla sönderfall av

^{99}Mo till ^{99m}Tc som sönderfaller via 142 keV IT i > 99% av alla fall. Dosraten, D_{prick} , på avståndet x blir då:

$$Bq := \text{sec}^{-1} \quad Gy := \text{joule} \cdot \text{kg}^{-1} \quad B := 1 \quad (\text{Första approximation})$$

$$A := 783.4 \cdot 10^9 \cdot Bq \quad n := 1 \quad k := 4.5 \cdot 10^{-18} \cdot Gy \cdot m^2 \cdot Bq^{-1} \cdot \text{sec}^{-1} \quad (\text{ur fig. 7.2 för } 0.141 \text{ MeV } \gamma)$$

$$\rho := 11.35 \cdot gm \cdot cm^{-3} \quad \frac{\mu}{\rho} = 2 \cdot cm^2 \cdot gm^{-1} \quad (\text{för Pb enl fig. 6.17})$$

$$\mu := 2 \cdot cm^2 \cdot gm^{-1} \cdot \rho \quad \mu = 2.27 \cdot 10^3 \cdot m^{-1} \quad \text{För vårt Pb-skydd gäller dessutom: } x = 0.01 \cdot m + d$$

$$D_{\text{prick}} = A \cdot \frac{1}{x^2} \cdot B \cdot \exp(-\mu \cdot d) \cdot k \cdot n \quad \text{Men kravet i uppgiften var att } D_{\text{prick}} = 2 \text{ mGy/h}$$

$$D_{\text{prick}} := 2 \cdot 10^{-3} \cdot Gy \cdot hr^{-1} \quad D_{\text{prick}} = 5.556 \cdot 10^{-7} \cdot Gy \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$D_{\text{prick}} = \frac{A}{(1 \cdot 10^{-2} \cdot m + d)^2} \cdot B \cdot \exp(-\mu \cdot d) \cdot k \cdot n \quad \text{Lös denna ekvation map d grafiskt eller numeriskt, t. ex.}$$

$$\text{Funk}(d) := \frac{A}{(1 \cdot 10^{-2} \cdot m + d)^2} \cdot B \cdot \exp(-\mu \cdot d) \cdot k \cdot n - D_{\text{prick}}$$

Sök nu nollstället för Funk(d) grafiskt eller numeriskt genom att lägga in Funk(d) på fickräknaren. Här visar jag en vanlig numerisk metod som kallas intervallhalvering. Inte snabb, men enkel.

$$d_{\text{low}} := 0.004 \cdot m \quad d_{\text{high}} := 0.005 \cdot m$$

Två gissade startvärden på d

$$\text{Funk}(d_{\text{low}}) = 1.493 \cdot 10^{-6} \cdot m^2 \cdot \text{sec}^{-3}$$

Teckenväxling har skett, beräkna och prova nu medelvärde, d_{avg} .

$$\text{Funk}(d_{\text{high}}) = -3.712 \cdot 10^{-7} \cdot m^2 \cdot \text{sec}^{-3}$$

Felet är ännu inte försumbart i jämförelse med D_{prick}

$$d_{\text{avg}} := \frac{d_{\text{low}} + d_{\text{high}}}{2}$$

$$\text{Funk}(d_{\text{avg}}) = 5.841 \cdot 10^{-8} \cdot m^2 \cdot \text{sec}^{-3}$$

Positivt, varför lösningen ligger ovanför detta värde, ersätt d_{low} med d_{avg} och prova ny halvering.

$$d_{\text{low}} := d_{\text{avg}} \quad d_{\text{avg}} := \frac{d_{\text{low}} + d_{\text{high}}}{2}$$

$$\text{Funk}(d_{\text{avg}}) = -2.192 \cdot 10^{-7} \cdot m^2 \cdot \text{sec}^{-3}$$

Negativt, varför lösningen ligger under detta värde, ersätt d_{high} med d_{avg} och prova ny halvering.

$$d_{\text{high}} := d_{\text{avg}} \quad d_{\text{avg}} := \frac{d_{\text{low}} + d_{\text{high}}}{2}$$

$$\text{Funk}(d_{\text{avg}}) = -1.011 \cdot 10^{-7} \cdot m^2 \cdot \text{sec}^{-3}$$

Negativt, varför lösningen ligger under detta värde, ersätt d_{high} med d_{avg} och prova ny halvering.

$$d_{\text{high}} := d_{\text{avg}} \quad d_{\text{avg}} := \frac{d_{\text{low}} + d_{\text{high}}}{2}$$

$$\text{Funk}(d_{\text{avg}}) = -2.737 \cdot 10^{-8} \cdot m^2 \cdot \text{sec}^{-3}$$

Negativt, varför lösningen ligger under detta värde, ersätt d_{high} med d_{avg} och prova ny halvering.

$$d_{\text{high}} := d_{\text{avg}} \quad d_{\text{avg}} := \frac{d_{\text{low}} + d_{\text{high}}}{2}$$

$$Funk(d_{avg}) = 1.391 \cdot 10^{-8} \cdot m^2 \cdot sec^{-3}$$

$$d_{low} := d_{avg} \quad d_{avg} := \frac{d_{low} + d_{high}}{2}$$

$$Funk(d_{avg}) = -7.118 \cdot 10^{-9} \cdot m^2 \cdot sec^{-3}$$

$$d_{high} := d_{avg} \quad d_{avg} := \frac{d_{low} + d_{high}}{2}$$

$$Funk(d_{avg}) = 3.295 \cdot 10^{-9} \cdot m^2 \cdot sec^{-3}$$

$$d_{low} := d_{avg} \quad d_{avg} := \frac{d_{low} + d_{high}}{2}$$

$$Funk(d_{avg}) = -1.936 \cdot 10^{-9} \cdot m^2 \cdot sec^{-3}$$

$$\frac{Funk(d_{avg})}{D_{prick}} = -0.349 \cdot \%$$

$$d_{avg} = 4.543 \cdot 10^{-3} \cdot m$$

$$\mu \cdot d_{avg} = 10.313$$

Beräkna nu relaxationslängden, $\mu \cdot d$, och uppskatta storleken på B.

Ur fig. 6.20 uppskattas B till ca 1.2 (högra log-skalan) $B := 1.2$

Ny beräkning ger nu $d = 0.00461$ m. Relaxationslängden blir nu 10.465. Skillnaden i B måste vara liten och noggrannheten i fig. 6.20 medger inget nytt B-värde, varför svaret blir 4.6 mm.

Positivt, varför lösningen ligger ovanför detta värde, ersätt d_{low} med d_{avg} och prova ny halvering.

Negativt, varför lösningen ligger under detta värde, ersätt d_{high} med d_{avg} och prova ny halvering.

Positivt, varför lösningen ligger ovanför detta värde, ersätt d_{low} med d_{avg} och prova ny halvering.

Felet kan nu anses försumbart i jämförelse med D_{prick} , ty:

14. Boetten till en "guldklocka", vikt 15.0 g, och ett prov innehållande 1 g rent guld placerades tillsammans under 1 dygn nära en AmBe källa omgiven av paraffinmoderator. Vid mätning av boetten med en HPGe-detektor erhöles 1120 pulser netto i toppen med energin 412 keV (^{198}Au). Mätningen påbörjades 15.0 minuter efter uttag ur bestrålningsanordningen och skedde under 20 minuter. Guldprovet mättes exakt på samma plats som boetten under 15 minuter med början 90.0 minuter efter uttag. Därvid erhöles 2005 pulser netto i toppen med energin 412 keV. Vad var boettens guldhalt i %? (10p).

$$m_{\text{boett}} := 15.0 \cdot \text{gm} \quad m_{\text{std}} := 1 \cdot \text{gm} \quad t_{\text{irr}} := 1 \cdot \text{day}$$

$$t_{1/2} := 2.695 \cdot \text{day} \quad \lambda := \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \quad (t_{1/2} \text{ ur nuklidkartan för } ^{198}\text{Au}. \text{ Längsta mättiden var 20 minuter, vilket är försumbart i förhållande till } t_{1/2})$$

$$\frac{20 \cdot \text{min}}{t_{1/2}} = 5.154 \cdot 10^{-3}$$

$$R_{\text{boett}} := \frac{1120}{20 \cdot \text{min}} \quad R_{\text{boett}} = 0.933 \cdot \text{sec}^{-1} \quad R_{\text{std}} := \frac{2005}{15 \cdot \text{min}} \quad R_{\text{std}} = 2.228 \cdot \text{sec}^{-1}$$

Tidsfördröjningarna innan mätningen började är:

$$t_{\text{std}} := 90.0 \cdot \text{min} \quad t_{\text{boett}} := 15.0 \cdot \text{min}$$

Nu gäller för samma mätuppställning: $R_{\text{boett}} = A_{\text{boett}} \cdot \psi$, och $R_{\text{std}} = A_{\text{std}} \cdot \psi$

För n-aktivering och avklingning gäller samma t_{irr} , σ och ϕ i båda fallen och om p_{Au} är guldhalten i boetten:

$$R_{\text{std}} = \psi \cdot \frac{m_{\text{std}}}{M_{\text{wAu}}} \cdot N_A \cdot \sigma \cdot \phi \cdot (1 - \exp(-\lambda \cdot t_{\text{irr}})) \cdot \exp(-\lambda \cdot t_{\text{std}})$$

$$R_{\text{boett}} = \psi \cdot \frac{m_{\text{boett}} \cdot p_{\text{Au}}}{M_{\text{wAu}}} \cdot N_A \cdot \sigma \cdot \phi \cdot (1 - \exp(-\lambda \cdot t_{\text{irr}})) \cdot \exp(-\lambda \cdot t_{\text{boett}})$$

Efter division av dessa ekvationer erhålles:

$$\frac{R_{\text{boett}}}{R_{\text{std}}} = \frac{m_{\text{boett}} \cdot p_{\text{Au}}}{m_{\text{std}}} \cdot \frac{(1 - \exp(-\lambda \cdot t_{\text{irr}})) \cdot \exp(-\lambda \cdot t_{\text{boett}})}{(1 - \exp(-\lambda \cdot t_{\text{irr}})) \cdot \exp(-\lambda \cdot t_{\text{std}})}$$

Här är bara p_{Au} (halten guld i boetten) okänd och kan därför beräknas:

$$p_{\text{Au}} := \frac{R_{\text{boett}}}{R_{\text{std}} \cdot m_{\text{boett}}} \cdot \frac{m_{\text{std}}}{\exp(-\lambda \cdot t_{\text{boett}})} \cdot \exp(-\lambda \cdot t_{\text{std}}) \quad p_{\text{Au}} = 0.0276$$

$$p_{\text{Au}} = 2.76 \cdot \%$$

15. Vid undersökning av hjärnfunktionen hos ett medvetslöst trafikoffer, kroppsvikt 85 kg, injicerades 200 MBq ^{99m}Tc som NaTcO_4 lösning i en halsven. Uppskatta helkroppsekvivalentdosen om ^{99m}Tc antages vara jämnt fördelat i kroppen omedelbart efter injektionen med en biologisk halveringstid på 24 timmar. Försumma strålning som lämnar kroppen via huden. (10p)

Lösning (använd effektiv medellivslängd för att slippa integrera):

$$\begin{aligned}
 Bq &:= \text{sec}^{-1} & keV &:= 1.60217733 \cdot 10^{-16} \cdot \text{joule} & Gy &:= \text{joule} \cdot \text{kg}^{-1} \\
 Sv &:= \text{joule} \cdot \text{kg}^{-1} & mSv &:= 10^{-3} \cdot Sv & m_{kropp} &:= 85 \cdot \text{kg} \\
 A_0 &:= 200 \cdot 10^6 \cdot Bq & t_{hfys} &:= 6.01 \cdot hr & t_{hbiol} &:= 24 \cdot hr & E_\gamma &:= 142 \cdot keV \\
 \lambda_{eff} &:= \frac{\ln(2)}{t_{hfys}} + \frac{\ln(2)}{t_{hbiol}} & \lambda_{eff} &= 4.006 \cdot 10^{-5} \cdot \text{sec}^{-1} & t_{1/2eff} &:= \frac{\ln(2)}{\lambda_{eff}} & t_{1/2eff} &= 4.806 \cdot hr
 \end{aligned}$$

För den effektiva medellivslängden, τ_{eff} , gäller då:

$$\tau_{eff} := \frac{1}{\lambda_{eff}} \quad \tau_{eff} = 2.496 \cdot 10^4 \cdot \text{sec}$$

Antalet sönderfall i kroppen blir nu:

$$\Delta N := A_0 \cdot \tau_{eff} \quad \Delta N = 4.993 \cdot 10^{12}$$

Vilket ger en total helkroppsdos som är:

$$D := \frac{E_\gamma \cdot \Delta N}{m_{kropp}} \quad D = 1.336 \cdot 10^{-3} \cdot Gy$$

För nuklider som bara utsänder γ -strålning (låg LET), fördelas jämnt i kroppen och där strålningsförlusterna till omgivningen försummas kan ekv. 18.2 förenklas, ty både Σw_T och w_R är då 1, varför $H_E(Sv) = D(Gy)$, sid 482 i läroboken:

$$H_E := 1 \cdot D \quad H_E = 1.34 \cdot 10^{-3} \cdot Sv \quad \text{eller} \quad H_E = 1.34 \cdot mSv$$