

Lösningar till tentamen i Kärnkemi ak den 10 april 1999

Del A

1. Det finns fyra så kallade naturliga sönderfallsserier. Vad kallas dessa? (2p). Svar: Toriumserien (alternativt: 4n-serien) ($\frac{1}{2}$ p), Neptuniumserien (alternativt: 4n+1-serien) ($\frac{1}{2}$ p), Uranserien (alternativt: 4n+2-serien) ($\frac{1}{2}$ p), Actiniumserien (alternativt: 4n+3-serien) ($\frac{1}{2}$ p).
2. a) En kort sönderfallsskedja börjar med ^{103}In . Vilka nuklider ingår i denna? (3p), b) Vilka av nukliderna i a) är isobara? (1p), c) Vilka av nukliderna är isotopa? (1p), d) Vilka är isotona? (1p), e) Vilka är isomera? (1p). Svar: a) ^{103}In , ^{103}Cd , ^{103m}Ag , ^{103}Ag , ^{103}Pd , ^{103m}Rh , ^{103}Rh . b) alla: ^{103}In , ^{103}Cd , ^{103m}Ag , ^{103}Ag , ^{103}Pd , ^{103m}Rh , ^{103}Rh . c) paren: ^{103m}Ag , ^{103}Ag och ^{103m}Rh , ^{103}Rh . d) ^{103m}Ag , ^{103}Ag och ^{103m}Rh , ^{103}Rh . e) ^{103m}Ag och ^{103}Ag , samt ^{103m}Rh och ^{103}Rh .
3. Beskriv en anordning för mätning av tjockleken hos finpapper i löpande bana genom strålningsabsorption (skiss och förklaring). (3p). Svar: Se läroboken figur 6.28 F högra delen, samt tabell 6.4.
4. Hur ändras massan hos en neutrino med hastigheten (2p)? Svar: Neutriner har troligen bara rörelsemassa (dvs $m_0 = 0$) och rör sig med ljushastigheten i vacuum. På samma sätt som att ett ljuskvanta inte minskar sin energi (ändrar färg) när det passerar ett helt ofärgat och genomskinligt medium med högre brytningsindex än vacuum (lägre ljushastighet) så bör inte heller neutrinos energi, dvs massa, minskas om hastigheten skulle kunna sänkas i ett lämpligt medium. Bästa svar är därför "inte alls".
5. Massöverskottet för ^{122}Te är -90.309 MeV. ^{122}Sb sönderfaller till ^{122}Te . Q-värdet för detta är 1.983 MeV. a) Vad är massöverskottet för ^{122}Te ? (2p), b) Vad är β -partiklarnas maximalenergi? (2p), c) Hur stor blir dotternuklidens rekylenergi? (2p). Svar: a) -90.309 MeV eller -0.09695 u. b) 1.983 MeV (dotterns rekylenergi kan försummas). c) ekv. 4.32: $E_d := \frac{5.486 \cdot 10^{-4} \cdot 1.983}{122} + \frac{1.983^2}{2 \cdot 931.5 \cdot 122}$; $E_d = 2.62 \cdot 10^{-5}$ MeV
6. Hur beräknas ALI-värden? (2p). Svar: ALI är det antal Bq som vid intag ger en ekvivalentdos på 50mSv.
7. En HPGe detektor med tunnt berylliumfönster gav 181210 pulser per minut över bakgrund i en topp med energin 0.662 MeV vid mätning på ett punktformigt ^{137}Cs -preparat placerat på 40 cm avstånd från detektorkristallens centrum. Hur många pulser över bakgrund registreras om avståndet ökas till 120 cm? (2p). Svar: På 40 cm avstånd kan vi anse att detektorn är punktformig. Då gäller avståndslagen, varför en ökning av avståndet från 40 till 120 cm ger en mått aktiviteten som ges av sambandet:
 $181210 \cdot 40^2 / 120^2 = 20134$ pulser per minut.
8. Hur sker energitillförseln till elektroderna i en Alvarez accellerator (skiss och förklaring)? (4p). Svar: Se figur 13.5 i läroboken.
9. Kärnans neutron och protonnivåer bildar energistegar med olika energivstånd mellan nivåerna. a) Vilken stega har minst avstånd mellan nivåerna? (2p), b) Varför har den det? (2p). Svar: a) n-stegen, b) elektrostatisk repulsion mellan positivt laddade protoner i kärnan ger större kliv i energistegen än för oladdade neutroner eftersom ingen elektrostatisk repulsion finns mellan neutronerna i kärnan.
10. Hur fungerar en mass-spektrometer (skiss med förklaringar)? (4p). Svar: Se figur 2.2 i läroboken och tillhörande text.
11. Rangordna följande grundämnen med avseende på deras förmåga att stoppa γ -strålning med 0.5 MeV energi: aluminium, bly, koppar, beryllium. (2p). Svar: I ordning av stigande förmåga att stoppa strålningen; $\text{Be} < \text{Al} < \text{Cu} < \text{Pb}$. Antalet elektroner per atom är viktigt för förmågan att stoppa γ -strålning.
12. Vilka av aktiniumseriens grundämnen har (I) som mest stabila oxidationstillstånd i svagt sura och luftade vattenlösningar? (2p). Svar: Aktiniumserien är den naturliga sönderfallsserie som börjar med ^{225}Ac . I denna

vattenmösslingar? (2p). Svar: Aktinidserien är den naturliga sönderfallsserie som börjar med ^{238}U . I denna sönderfallsserie ingår francium och tallium, som båda har ett stabilt oxidationstal på 1+.

Del B

13. Atmosfären har en massa på $5.136 \cdot 10^{18} \text{ kg}$. ^{85}Kr ($t_{1/2} = 10.72 \text{ år}$) släpps ofta ut i atmosfären vid upparbetning av bränsle från kärnreaktorer. Kr blandas relativt snabbt med all annan luft. Fissionsutbytet för ^{85}Kr är 1.318% och energin per fission kan anses vara 200 MeV. Världens installerade kärnkraft motsvarar nu $10^6 \text{ MW}_{\text{th}}$ och utnyttjas i medeltal 81% av tiden. Antag att antalet reaktorer och deras drift förblir konstant, samt att bränsle från alla reaktorer upparbetas med utsläpp av all krypton. a) Hur stor blir slutliga specifika aktiviteten ^{85}Kr i luft (Bq/kg luft)? (5p) b) När uppnår man 99% av jämviktshalt av ^{85}Kr i atmosfären (år från nu)? (5p)? Lösning:

$$\text{MeV} := 1.60217733 \cdot 10^{-13} \cdot \text{joule} \quad \text{MW} := 10^6 \cdot \text{watt} \quad P_{\text{th}} := 10^6 \cdot \text{MW} \cdot 81\% \quad Q_{\text{fiss}} := 200 \cdot \text{MeV}$$

$$t_{1/2} := 10.72 \cdot \text{yr} \quad \lambda := \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \quad m_{\text{luft}} := 5.136 \cdot 10^{18} \cdot \text{kg} \quad \text{Bq} := \text{sec}^{-1}$$

$$\text{Produktionshastigheten av } ^{85}\text{Kr}: \quad \text{Rate} := \frac{P_{\text{th}}}{Q_{\text{fiss}}} \cdot 1.318\% \quad \text{Rate} = 3.332 \cdot 10^{20} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Vid jämvikt är produktionshastigheten samma som sönderfallshastigheten. Specifika aktiviteten blir därför till slut:

$$S_{\text{slut}} := \frac{\text{Rate}}{m_{\text{luft}}} \quad S_{\text{slut}} = 64.869 \cdot \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$$

$$\text{Under tiden med växande } ^{85}\text{Kr}\text{-halt i atmosfären gäller:} \quad \frac{dN}{dt} = \text{Rate} - \lambda \cdot N \quad \text{där } N = \text{antalet } ^{85}\text{Kr}$$

$$\text{varför:} \quad N_t = \frac{\text{Rate}}{\lambda} \cdot (1 - \exp(-\lambda \cdot t)) \quad \text{men vi söker tiden för 99\% av slutvärdet, varför:}$$

$$N_t := \frac{\text{Rate}}{\lambda} \cdot 99\% \quad \text{och vi får således sambandet:} \quad \frac{\text{Rate}}{\lambda} \cdot 99\% = \frac{\text{Rate}}{\lambda} \cdot (1 - \exp(-\lambda \cdot t))$$

$$\text{Efter förenkling:} \quad 99\% = (1 - \exp(-\lambda \cdot t)) \quad t := \frac{-\ln(-99\% + 1)}{\lambda} \quad t = 2.248 \cdot 10^9 \cdot \text{sec}$$

$$t = 71.222 \cdot \text{yr}$$

14. Vid ett sjukhus elueras rutinmässigt ^{99m}Tc från en isotopgenerator. Enligt tillverkaren skall generatorm kunna leverera 1200 GBq ^{99m}Tc när den anländer kl 1900 var fredag kväll. Eluering sker tidigast kl 0800 på måndag och tar bara en minut. Eluatet uppsamlas i en cylindrisk flaska med höjd = diameter = 1 cm placerad i en blybehållare med ett centralt hålrum som exakt passar till flaskans yttermått. Flaskan fylls helt med eluat. Minsta vägg tjocklek hos blybehållaren var 3 mm. Vad blev då högsta dosraten (mSv/h) på behållarens yta? (^{99m}Tc har 0.004% av alla sönderfall via β^-) (10p). Lösning: Tänk på att det är ^{99}Mo som sönderfaller till ^{99m}Tc i en isotopgenerator, varför sönderfallskorrekturen skall ske med $t_{1/2} = 66.02$ h (fig. 3.8), medan ^{99m}Tc har $t_{1/2} = 6.02$ h och därför hela tiden står i radioaktiv jämvikt med ^{99}Mo .

$$t_{1/2} := 66.02 \cdot \text{hr} \quad \lambda := \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \quad t := (24 - 19 + 8) \cdot \text{hr} \quad A_0 := 1200 \cdot 10^9 \cdot \text{Bq} \quad G_y := \frac{\text{joule}}{\text{kg}}$$

Kl 0800 på måndag morgon är därför moderns aktivitet, A, given av sambandet:

$$A := A_0 \cdot \exp(-\lambda \cdot t) \quad A = 1.047 \cdot 10^{12} \cdot \text{Bq} \quad \text{Detta är aktiviteten av } ^{99m}\text{Tc} \text{ som elueras.}$$

Eftersom återspridning från blyskyddet och build-up kommer att ha en inte försumbar betydelse nöjer vi oss med en förenklad lösning där all aktivitet i lösningen anses befinna sig som en punktkälla i lösningens centrum. För en punktkälla med energin 140 keV avläses k-värdet 4.2 aGy*m²/Bq*s ur figur 7.2.

$$k := 4.2 \cdot 10^{-18} \cdot \frac{\text{Gy} \cdot \text{m}^2}{\text{Bq} \cdot \text{sec}} \quad r := \frac{1 \cdot \text{cm}}{2} + 3 \cdot \text{mm} \quad r = 8 \cdot 10^{-3} \cdot \text{m} \quad x := 3 \cdot \text{mm} \quad n := 1$$

$$\text{För bly kan vi nu avläsa } 2 \text{ cm}^2/\text{g} \text{ i fig. 6.17, men.} \quad \rho := 11.337 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{cm}^3} \quad \text{varför} \quad \mu := 2 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{gm}} \cdot \rho$$

$$\mu = 2.267 \cdot 10^3 \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\mu \cdot x = 6.802 \quad B := 1.2 \quad \text{mycket svåravläst ur fig. 6.20}$$

$$\text{Ekvation 7.9 :} \quad D := A \cdot r^{-2} \cdot n \cdot k \cdot B \cdot \exp(-\mu \cdot x) \quad D = 0.33 \cdot \frac{\text{Gy}}{\text{hr}}$$

Eftersom gammastrålning medför att 1 Gy = 1 Sv blir svaret ca 330 mSv/hr.

15. En liten mängd gallium metall bestrålades i ett termiskt n-flöde på $2 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ under 1 dygn. Provet mättes med en HPGe detektor under 15 minuter med början 1 timme efter bestrålningens slut. Bildad ^{70}Ga ($t_{1/2}$ 21.15 minuter) gav ett pulstal som motsvarade 4860 sönderfall under mätningen medan ^{72}Ga ($t_{1/2}$ 14.1 timmar) gav ett pulstal som motsvarade 54001 sönderfall av denna nuklid. n, γ tvärsnittet för ^{71}Ga är 4.71 b. Vad är n, γ tvärsnittet för ^{69}Ga om n, γ reaktioner hos bildade nuklider kan försummas? (10p). Lösning: (n-flödet behöver ej användas)

För båda nukliderna gäller: $t_{\text{irr}} := 1 \cdot \text{day}$ $t_{\text{cool}} := 1 \cdot \text{hr}$ $t_{\text{meas}} := 15 \cdot \text{min}$

För $^{71}\text{Ga}(n, \gamma)^{72}\text{Ga}$ gäller nu: $\sigma_{71\text{Ga}} := (4.71 \cdot 10^{-28}) \cdot \text{m}^2$ $R_{72\text{Ga}} := \frac{54001}{t_{\text{meas}}}$ $R_{72\text{Ga}} = 60.001 \cdot \text{Bq}$

$t_{1/2 72\text{Ga}} := 14.1 \cdot \text{hr}$ $\lambda_{72\text{Ga}} := \frac{\ln(2)}{t_{1/2 72\text{Ga}}}$

$$R_{72\text{Ga}} = \phi \cdot \sigma_{71\text{Ga}} \cdot N_{71\text{Ga}} \cdot (1 - \exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{\text{irr}})) \cdot \exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{\text{cool}})$$

För $^{69}\text{Ga}(n, \gamma)^{70}\text{Ga}$ gäller samtidigt:

$t_{1/2 70\text{Ga}} := 21.15 \cdot \text{min}$ $\lambda_{70\text{Ga}} := \frac{\ln(2)}{t_{1/2 70\text{Ga}}}$

Då mättiden här inte är försumbar i jämförelse med halveringstiden beräknar vi $R_{70\text{Ga}}$ som följer:

$dN_{70\text{Ga}} := 4860$

$$dN_{70\text{Ga}} = N_{70\text{Ga}} \cdot (1 - \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{meas}})) \quad N_{70\text{Ga}} := \frac{-dN_{70\text{Ga}}}{(-1 + \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{meas}}))}$$

$R_{70\text{Ga}} := N_{70\text{Ga}} \cdot \lambda_{70\text{Ga}}$ $R_{70\text{Ga}} = 6.836 \cdot \text{Bq}$

$$R_{70\text{Ga}} = \phi \cdot \sigma_{69\text{Ga}} \cdot N_{69\text{Ga}} \cdot (1 - \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{irr}})) \cdot \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{cool}})$$

Om vi nu dividerar uttrycken för $R_{72\text{Ga}}$ och $R_{70\text{Ga}}$ får vi följande ekvation:

$$\frac{R_{72\text{Ga}}}{R_{70\text{Ga}}} = \frac{\phi \cdot \sigma_{71\text{Ga}} \cdot N_{71\text{Ga}} \cdot (1 - \exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{\text{irr}})) \cdot \exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{\text{cool}})}{\phi \cdot \sigma_{69\text{Ga}} \cdot N_{69\text{Ga}} \cdot (1 - \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{irr}})) \cdot \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{cool}})}$$

För naturligt gallium gäller enligt isotopkartan att $x_{69\text{Ga}} = 60\%$ och $x_{71\text{Ga}} = 40\%$, varför vi får följande samband mellan $N_{69\text{Ga}}$ och $N_{71\text{Ga}}$:

$$x_{69\text{Ga}} := 60\% \quad x_{71\text{Ga}} := 40\% \quad \frac{N_{71\text{Ga}}}{N_{69\text{Ga}}} = \frac{x_{71\text{Ga}}}{x_{69\text{Ga}}}$$

För vi in detta i ekvationen får vi:

$$\frac{R_{72\text{Ga}}}{R_{70\text{Ga}}} = \frac{\phi \cdot \sigma_{71\text{Ga}} \cdot x_{71\text{Ga}} \cdot (1 - \exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{\text{irr}})) \cdot \exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{\text{cool}})}{\phi \cdot \sigma_{69\text{Ga}} \cdot x_{69\text{Ga}} \cdot (1 - \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{irr}})) \cdot \exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{cool}})} \quad \text{Nu kan vi lösa ut } \sigma_{69\text{Ga}}:$$

$$\sigma_{69\text{Ga}} := \sigma_{71\text{Ga}} \cdot x_{71\text{Ga}} \cdot R_{70\text{Ga}} \cdot \frac{\exp(-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot t_{\text{cool}}) - \exp[-\lambda_{72\text{Ga}} \cdot (t_{\text{cool}} + t_{\text{irr}})]}{R_{72\text{Ga}} \cdot x_{69\text{Ga}} \cdot [\exp(-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot t_{\text{cool}}) - \exp[-\lambda_{70\text{Ga}} \cdot (t_{\text{cool}} + t_{\text{irr}})]]}$$

$\sigma_{69\text{Ga}} = 1.685 \cdot 10^{-28} \cdot \text{m}^2$ Svaret blir 1.685 barn, som bör avrundas till 1.69 barn.

16. I ett försök att behandla struma hos en äldre patient, kroppsvikt 90 kg, injicerades 1 GBq ^{132}I ($t_{1/2}$ 2.284 h, och $E_{\gamma\text{medel}}$ 2.3 MeV och $E_{\beta\text{medel}}$ 0.5 MeV per sönderfall) som NaI lösning med hög specifik aktivitet i en ven. Halten av jod i sköldkörteln ökar därvid som $(1-e^{-kt})$, där t är tiden efter injektionen, tills all tillförd jod finns i körteln. Halten av radioaktiv jod i blodet har därigenom sjunkit till hälften 10 minuter efter injektionen. Försumma utsöndring av jod via urin och feces. Antag att körteln har samma data som vatten. All β -strålning och 10% av γ -strålningen kan anses absorberad i körteln. Beräkna totala dosen (Gy) till vävnaden i körteln om denna har en vikt på 200 g. (10p)

$$t_{1/2} := 2.284 \cdot \text{hr} \quad \lambda := \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \quad \lambda = 8.43 \cdot 10^{-5} \cdot \text{sec}^{-1} \quad A_0 := 1 \cdot 10^9 \cdot \text{Bq} \quad m_{\text{sk}} := 200 \cdot \text{gm}$$

Om aktiviteten i blodet har sjunkit till hälften så måste detta bero dels på sönderfall och dels på upptag i sköldkörteln. Om upptaget följer sambandet $(1-\exp(-kt))$ så sker minskningen i blodet med $\exp(-kt)$, men samtidigt har vi radioaktivt sönderfall:

$$t := 10 \cdot \text{min} \quad 0.5 = \exp(-k \cdot t) \cdot \exp(-\lambda \cdot t) \quad k := -1 \cdot \frac{\ln\left(\frac{.5}{\exp(-1 \cdot \lambda \cdot t)}\right)}{t} \quad k = 1.071 \cdot 10^{-3} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Aktiviteten i sköldkörteln blir då given av sambandet:

$$A(\text{tid}) := A_0 \cdot (1 - \exp(-k \cdot \text{tid})) \cdot \exp(-\lambda \cdot \text{tid})$$

$$\text{Ett sönderfall ger en dos i Gy till körteln som är:} \quad d := \frac{0.5 \cdot \text{MeV} + 10 \cdot \% \cdot 2.3 \cdot \text{MeV}}{m_{\text{sk}}}$$

$$d = 5.848 \cdot 10^{-13} \cdot \text{Gy}$$

Totala dosen erhålles genom integration över tiden:

$$D := d \cdot \int_{0 \cdot \text{hr}}^{100 \cdot \text{hr}} A(t_s) dt_s \quad D = 6.431 \cdot \text{Gy}$$