

10. För att producera rent ^{233}U bestrålas $^{232}\text{ThO}_2$ i en reaktor med ett termiskt flöde på $10^{18} \text{ n/m}^2\text{s}$. Efter en bestrålningstid på 1 månad tar man ut bestrålad toriumoxid, löser den i salpetersyra, filtrerar och leder lösningen genom en kolonn med brunsten. Därvid fastnar allt närvarande protaktinium på brunstenen, men inga andra tunga grundämnen. Kolonnen tvättas sedan 1 timme senare med en liten mängd utspädd salpetersyra (lutar inte ut någon Pa). Upplösning, laddning och tvättning av kolonnen tar 1 dygn. Därefter renas och omvandlas toriumnitratet på nytt till ThO_2 som återförs till reaktorn för ny bestrålning. Efter en väntetid på 4 månader tvättas bildad ^{233}U ut ur kolonnen med utspädd salpetersyra. Kolonnen används därefter omedelbart för ny uppladdning med protaktinium. ^{233}U bildas ju även (och klyvs) under bestrålningen i reaktorn, men den mängd ^{233}U som finns vid uttag ur reaktorn tas inte tillvara med den angivna metoden. Hur stor andel (i % av allt producerbart) ^{233}U kan utvinnas på angivet vis? Använd nuklidkartans tvärsnitt.

För att förenkla tankarna kring beräkningen kan vi antaga att en given mängd torium bestrålas, dvs N_{Th} atomer.

$$\phi := 10^{18} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1} \quad N_{\text{Th}} := 10^{20} \quad t_{\text{irr}} := 30 \cdot \text{day} \quad t_{\text{cool}} := 1 \cdot \text{day} \quad \text{barn} := 10^{-28} \cdot \text{m}^2$$

$$\sigma_{\text{Th}232n\gamma} := 7.4 \cdot \text{barn} \quad \sigma_{\text{Th}233n\gamma} := 1500 \cdot \text{barn} \quad \sigma_{\text{Th}233nf} := 15 \cdot \text{barn} \quad \sigma_{\text{Pa}233n\gamma} := 41 \cdot \text{barn}$$

$$\lambda_{\text{Th}233} := \frac{\ln(2)}{22.3 \cdot \text{min}} \quad \lambda_{\text{Pa}233} := \frac{\ln(2)}{27 \cdot \text{day}} \quad \sigma_{\text{U}233} := (531.1 + 47.7) \cdot \text{barn} \quad \text{Bq} := \text{sec}^{-1}$$

Först beräknar vi uppbyggnad av ^{233}Th under samtidigt sönderfall. Eftersom ^{232}Th är enormt långlivad behöver vi inte fundera på dess sönderfall.

$$R_{\text{Th}233} := \phi \cdot \sigma_{\text{Th}232n\gamma} \cdot N_{\text{Th}} \cdot (1 - \exp(-\lambda_{\text{Th}233} \cdot t_{\text{irr}})) \quad R_{\text{Th}233} = 7.4 \cdot 10^{10} \cdot \text{Bq}$$

Sönderfallshastigheten hos ^{233}Th blir mycket fort konstant eftersom den har en så kort halveringstid. Vi försummar därför transienten när ^{233}Th växer upp till sin jämviktshalt. Antalet atomer i jämvikt är:

$$N_{\text{Th}233} := \frac{R_{\text{Th}233}}{\lambda_{\text{Th}233}} \quad N_{\text{Th}233} = 1.428 \cdot 10^{14}$$

Nu kan vi uppskatta hur stor effekt som n-bestrålning av dessa har, ekv. 21.6.

$$x_{\text{fiss}} := \frac{\phi \cdot \sigma_{\text{Th}233nf}}{\lambda_{\text{Th}233} + \phi \cdot (\sigma_{\text{Th}233nf} + \sigma_{\text{Th}233n\gamma})} \quad x_{\text{fiss}} = 2.895 \cdot 10^{-6}$$

$$x_{n\gamma} := \frac{\phi \cdot \sigma_{\text{Th}233n\gamma}}{\lambda_{\text{Th}233} + \phi \cdot (\sigma_{\text{Th}233nf} + \sigma_{\text{Th}233n\gamma})} \quad x_{n\gamma} = 2.895 \cdot 10^{-4}$$

De små bråkdelarna visar att vi kan försumma fission och $n\gamma$ -reaktioner i ^{233}Th .

Mängden ^{233}Pa bestäms nu av en konstant uppbyggnadshastighet från sönderfall av ^{233}Th , samt dess eget radioaktiva sönderfall (och eventuella förluster genom $n\gamma$ -reaktion). Detta ger oss ekvationen.

$$R_{\text{Pa}233} := R_{\text{Th}233} \cdot (1 - \exp(-\lambda_{\text{Pa}233} \cdot t_{\text{irr}})) \quad R_{\text{Pa}233} = 3.974 \cdot 10^{10} \cdot \text{Bq}$$

$$N_{\text{Pa}233} := \frac{R_{\text{Pa}233}}{\lambda_{\text{Pa}233}} \quad N_{\text{Pa}233} = 1.338 \cdot 10^{17}$$

En uppskattning av *maximala* förlusten via $n\gamma$ -reaktioner ger:

$$x_{n\gamma} := \phi \cdot \frac{\sigma_{\text{Pa}233n\gamma}}{(\lambda_{\text{Pa}233} + \phi \cdot \sigma_{\text{Pa}233n\gamma})} \quad x_{n\gamma} = 0.014 \quad \text{Dvs vi förlorar mindre än 1.4\% eftersom detta är ett maximalvärde. Försumma!}$$

Nu behöver vi beräkna uppbyggnad av ^{233}U genom sönderfall av ^{233}Pa med korrektion för samtidig reaktion av bildad ^{233}U med neutroner.

$$N_{\text{Pa}233}(\text{tid}) := \frac{R_{\text{Th}233}}{\lambda_{\text{Pa}233}} \cdot (1 - \exp(-\lambda_{\text{Pa}233} \cdot \text{tid})) \quad N_{\text{Pa}233}(t_{\text{irr}}) = 1.338 \cdot 10^{17}$$

$$\frac{dN_U}{dt} = -\phi \cdot \sigma_{U233} \cdot N_U + \lambda_{Pa233} \cdot N_{Pa233}(t)$$

Genom sedvanlig lösningsmetod och randvillkoret $t=0$, $N_U=0$, ger detta ekvationen:

$$N_U(t) := R_{Th233} \cdot \left[\frac{1}{\phi \cdot \sigma_{U233}} \cdot \left(1 - e^{-\phi \cdot \sigma_{U233} \cdot t} \right) + \frac{1}{\lambda_{Pa233} - \phi \cdot \sigma_{U233}} \cdot \left(e^{-\phi \cdot \sigma_{U233} \cdot t} - e^{-\lambda_{Pa233} \cdot t} \right) \right]$$

$$N_U(t_{irr}) = 3.011 \cdot 10^{17}$$

Vi kan uppskatta den extra bildningen av ^{233}Pa genom sönderfall av jämviktsmängden ^{233}Th under 1 dygn till:

$$N_{Pa0} := N_{Pa233}(t_{irr}) + N_{Th233} \quad N_{Pa0} = 1.339 \cdot 10^{17} \quad \text{Ökningen blir helt marginell, vsb.}$$

Mängden ^{233}Pa efter ett dygns väntan blir då:

$$N_{Pa1} := N_{Pa0} \cdot \exp(-\lambda_{Pa233} \cdot 1 \cdot \text{day}) \quad N_{Pa1} = 1.305 \cdot 10^{17} \quad \text{Minskningen i antalet } ^{233}\text{Pa} \text{ motsvarar en ökning i } N_U.$$

$$N_{U1} := 3.011 \cdot 10^{17} + (N_{Pa0} - N_{Pa1}) \quad N_{U1} = 3.045 \cdot 10^{17} \quad \text{Denna uranmängd förloras eftersom den hamnar i avfallet.}$$

Sönderfall av ^{233}Pa som sitter på kolonnen ger nu ren ^{233}U . Eftersom kolonnen kommer att återanvändas kommer även kvarvarande ^{233}Pa att sönderfalla i nästa omgång etc., varför vi kan antaga att allt ^{233}Pa som hamnar på kolonnen approximativt övergår till ^{233}U som produkt (vi begår ett litet fel genom förlusten under laddning och tvättning av kolonnen i nästa varv etc.).

$$N_{Uprod} := N_{Pa1}$$

Andelen av all potentiell ^{233}U som kan utvinnas ges av sambandet:

$$\eta_{U233} := \frac{N_{Uprod}}{N_{Uprod} + N_{U1}} \quad \eta_{U233} = 0.3 \quad \eta_{U233} = 30.001 \cdot \%$$