

13. Energifördelningen hos ett neutronflöde i termisk jämvikt med omgivningen beskrivs av Boltzmann's fördelningsfunktion $n_E = n_0 (2\pi^{-1/2}) (kT)^{-3/2} E_n^{1/2} \exp(-E_n/kT)$. Antag att sambandet $E_n = (1/2) m_n v_n^2$ kan användas. Tänk på att flödet kan beskrivas som produkten av antal och hastighet. Hur varierar ett effektivt reaktionstvärnsnittet med temperaturen om reaktionstvärnsnittet följer 1/v-lagen?

$$E = \frac{1}{2} \cdot m_n \cdot v^2 \quad v(E) = \sqrt{\frac{2 \cdot E}{m_n}} \quad n(E) = n_0 \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot (k \cdot T)^{-\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{E} \cdot \exp\left(-\frac{E}{k \cdot T}\right)$$

$$\phi(E) = v(E) \cdot n(E) \quad \sigma(E) = \sigma_0 \cdot \frac{1}{v(E)} \quad \sigma_{eff}(T) = \frac{\int_{E_1}^{E_2} \sigma(E) \cdot \phi(E) dE}{\int_{E_1}^{E_2} \phi(E) dE}$$

Nu har vi alla nödvändiga ekvationer, varför det bara återstår algebra och lösning av ett par integraler.

$$\phi(E) = \sqrt{\frac{2 \cdot E}{m_n}} \cdot \left[n_0 \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot (k \cdot T)^{-\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{E} \cdot \exp\left(-\frac{E}{k \cdot T}\right) \right]$$

$$\sigma(E) \cdot \phi(E) = \frac{\sigma_0}{\sqrt{\frac{2 \cdot E}{m_n}}} \cdot \left[\sqrt{\frac{2 \cdot E}{m_n}} \cdot \left[n_0 \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot (k \cdot T)^{-\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{E} \cdot \exp\left(-\frac{E}{k \cdot T}\right) \right] \right]$$

$$\sigma_{eff}(T) = \frac{\frac{2 \cdot \sigma_0 \cdot n_0}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{E_2} \frac{\sqrt{E}}{k^{\left(\frac{1}{3}\right)} \cdot T^{\left(\frac{1}{3}\right)}} \cdot \exp\left[\frac{-E}{(k \cdot T)}\right] dE}{\frac{2 \cdot \sqrt{2 \cdot n_0}}{\sqrt{m_n} \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{E_2} \frac{E}{\left[k^{\left(\frac{1}{3}\right)} \cdot T^{\left(\frac{1}{3}\right)}\right]} \cdot \exp\left[\frac{-E}{(k \cdot T)}\right] dE}$$

$$\sigma_{eff}(T) = \frac{-1}{4} \cdot \sigma_0 \cdot \left[-2 \cdot \sqrt{E_2} \cdot e^{\frac{-E_2}{(k \cdot T)}} + \sqrt{k \cdot T} \cdot \sqrt{\pi} \cdot \operatorname{erf}\left[\frac{1}{(\sqrt{k \cdot T})} \cdot \sqrt{E_2}\right] \right] \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{m_n}}{\left[e^{\frac{-E_2}{(k \cdot T)}} \cdot E_2 + e^{\frac{-E_2}{(k \cdot T)}} \cdot k \cdot T - k \cdot T \right]}$$

Eftersom antalet neutroner med hög energi blir mycket litet vid normala temperaturer kan vi t ex sätta in en lämplig övre gräns, t ex 1 MeV och $k = 1.381 \cdot 10^{-23}$ joule/K samt $1 \text{ MeV} = 1.60217733 \cdot 10^{-13}$ joule. Det jobbiga i denna uppgiften är lösning av integralerna.

(Uppgiften blev något krångligare att utföra än jag avsåg när jag totade ihop texten)