

Tentamen i Tillämpad Kärnkemi den 8 mars 2001

1. PWR-reaktorer i USA har en termisk verkningsgrad på 33% och använder i genomsnitt bränsle med en initial anrikning på 4.2% ^{235}U , samt har en medelutbränning på 55 MWd/kg initialt uran i bränslet. Uranet antages anrikat i befintliga gasdiffusionsanläggningar som har en specifik energiförbrukning på 900 kWh per kgSWU vid anrikning av natururan och en halt på 0.2% ^{235}U i det utarmade uranet. I sämsta fall kan vi antaga att elförsörjningen till anrikningsanläggningen kommer från koleldade kraftverk vilka har en termisk verkningsgrad på 40% och drivs med stenkol som har ett förbränningsvärme på 27.2 MJ/kg. Antag att det använda stenkolet bara innehåller rent kol. Hur stort specifikt utsläpp av koldioxid har då dessa kärnkraftverk (g/kWh el) om vi antar att koldioxid bara uppkommer vid anrikning av bränslet?

Lösning:

Beräkningen baseras på ett kg bränsle och den elmängd som detta kan producera

Data för anrikningen:

$$P := 1 \cdot \text{kg} \quad x_P := 4.2\% \quad x_F := 0.72\% \quad x_W := 0.2\%$$

Ur dessa data kan vi sedan beräkna F och W med hjälp av ekv. 2.49 och 2.48:

$$F := P \cdot \frac{x_P - x_W}{x_F - x_W} \quad F = 7.692 \cdot \text{kg} \quad W := F - P \quad W = 6.692 \cdot \text{kg}$$

Nu definierar vi separationspotentialen som en funktion av x (ekv. 2.57):

$$V(x) := (2 \cdot x - 1) \cdot \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$$

Därefter beräknar vi separationsarbetet med ekv. 2.56:

$$\text{SWU} := W \cdot V(x_W) + P \cdot V(x_P) - F \cdot V(x_F) \quad \text{SWU} = 6.925 \cdot \text{kg}$$

Detta motsvaras av en elförbrukning på 900 kWh/kgSWU, varför totala elförbrukningen blir:

$$\text{kWh} := 1000 \cdot \text{watt} \cdot \text{hr} \quad \text{MJ} := 10^6 \cdot \text{joule}$$

$$Q_{\text{SWU}} := 900 \cdot \frac{\text{kWh}}{\text{kg}} \cdot \text{SWU} \quad Q_{\text{SWU}} = 6.232 \cdot 10^3 \cdot \text{kWh}$$

För att producera denna energimängd i en stenkolseldad anläggning gäller:

$$\eta_{\text{foss}} := 40\% \quad H_{\text{foss}} := 27.2 \cdot \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} \quad m_{\text{foss}} := \frac{Q_{\text{SWU}}}{\eta_{\text{foss}} \cdot H_{\text{foss}}} \quad m_{\text{foss}} = 2.062 \cdot 10^3 \cdot \text{kg}$$

Omräknat från C till CO_2 blir denna bränslemängd:

$$m_{\text{CO}_2} := m_{\text{foss}} \cdot \frac{12 + 2 \cdot 16}{12} \quad m_{\text{CO}_2} = 7.561 \cdot 10^3 \cdot \text{kg}$$

Men ur ett kg kärnbränsle utvanns 55 MWd som omvandlas till el med en verkningsgrad på 33%:

$$\text{MWd} := 10^6 \cdot \text{watt} \cdot \text{day} \quad \eta_{\text{nucl}} := 33\%$$

$$Q_{\text{nucl}} := 55 \cdot \text{MWd} \cdot \eta_{\text{nucl}} \quad Q_{\text{nucl}} = 4.356 \cdot 10^5 \cdot \text{kWh}$$

Till sist beräknar vi mängden CO_2 per kWh kärnkraftsel (y).

$$y := \frac{m_{\text{CO}_2}}{Q_{\text{nucl}}} \quad y = 17.358 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{kWh}}$$

2. Tryckvattenreaktorn Ringhals 3 har en cylindrisk kärna med en ekvivalent kärndiameter på 3039 mm och en ekvivalent kärnhöjd på 3655 mm samt innehåller 72220 kg uran vid normal laddning. Reaktorn kyls och modereras med vanligt vatten. Vid drift är vattentemperaturen (=moderatorns temperatur) i genomsnitt 300 C. Vid ett tillfälle tänker man ladda kärnan så att dess effektiva medelanrikning blir 3.5% av ^{235}U . Genom inblandning av vanlig borsyra (H_3BO_3) i vattnet vill man begränsa den effektiva multiplikationsfaktorn vid helt utdragna styrstavar till 1.001 omedelbart efter bränslebytet. Försumma inverkan av andra material och gamla klyvningsprodukter samt antag att uranet är homogent finfördelat i vattnet. Vilken halt av borsyra krävs då (g/l vatten)?

Lösning: Vi betraktar reaktorn som en homogen cylinder med angivna yttermått. Vi kan då beräkna den geometriska buktigheten ur ekvationen (se utdelade blad):

$$h := 3655 \cdot \text{mm} \quad d := 3039 \cdot \text{mm} \quad r := \frac{d}{2} \quad B2 := \left(\frac{\pi}{h}\right)^2 + \left(\frac{2.405}{r}\right)^2 \quad B2 = 3.244 \cdot \text{m}^{-2}$$

För reaktorn skall vidare gälla: $k_{\text{eff}} := 1.001$ Hårdvolymen: $V := \pi \cdot r^2 \cdot h$

$$N_A := 6.0221367 \cdot 10^{23} \cdot \text{mole}^{-1} \quad (\text{Avogadros tal som vi behöver nedan}) \quad N_{\text{uran}} := \frac{72220 \cdot 1000}{238} \cdot N_A$$

För moderatorn gäller: $\Sigma_{\text{mod}} := 1.7 \cdot \text{m}^{-1}$ $L2_m := 7.62 \cdot 10^{-4} \cdot \text{m}^2$ $\tau := 0.028 \cdot \text{m}^2$ (Tabell 19.3)

För bränslet gäller sedan: $\text{barn} := 10^{-28} \cdot \text{m}^2$ $x_{235} := 3.5\%$ $x_{238} := 1 - x_{235}$

$$\Sigma_f := \frac{x_{235} \cdot 448.1 \cdot \text{barn} \cdot N_{\text{uran}}}{V} \quad \Sigma_\gamma := \frac{(x_{235} \cdot 107.5 + x_{238} \cdot 1.5) \cdot \text{barn} \cdot N_{\text{uran}}}{V}$$

$$\alpha := \frac{\Sigma_\gamma}{\Sigma_f} \quad \alpha = 0.332 \quad v := 2.43 \quad \eta := \frac{v}{1 + \alpha} \quad \eta = 1.824$$

$\epsilon := 1$ $p := 1$ (ur antagandet om homogen reaktor)

För naturligt B gäller att tvärsnittet för neutroner är 760 b (ur nuklidkartan)

$$\sigma_{\text{bor}} := 760 \cdot \text{barn} \quad \Sigma_{\text{bor}} = 1000 \cdot C_{\text{bor}} \cdot N_A \cdot \sigma_{\text{bor}} \quad (\text{eftersom vi måste räkna på en m}^3)$$

Som nästa steg beräknar vi aktuellt värde på f ur givna data och en obekant halt bor, C_{bor} (M):

$$\Sigma_{\text{fuel}} := \Sigma_f + \Sigma_\gamma \quad f = \frac{\Sigma_{\text{fuel}}}{\Sigma_{\text{fuel}} + \Sigma_{\text{mod}} + \Sigma_{\text{bor}}} \quad (\text{ekv. 19.13})$$

Nu kan vi beräkna k_{inf} med fyrfaktorformeln: $k_{\text{inf}} = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f$

Som sista delproblem beräknar vi sambandet mellan k_{eff} (som är känd) och k_{inf} (som är okänd)

$$L2 = L2_m \cdot (1 - f) \quad (\text{ekv. 19.20}) \quad M2 = L2 \cdot \tau \quad (\text{ekv. 19.18}) \quad k_{\text{eff}} = \frac{k_{\text{inf}}}{1 + B2 \cdot L2} \quad (\text{ekv. 19.19})$$

Nu återstår bara en obekant, C_{bor} , varför vi kan börja lösa ekvationerna för denna:

$$C_{\text{bor}} := \frac{-(k_{\text{eff}} \Sigma_{\text{fuel}} + k_{\text{eff}} \Sigma_{\text{mod}} + k_{\text{eff}} B2 \cdot L2_m \cdot \Sigma_{\text{mod}} - \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot \Sigma_{\text{fuel}})}{(1000 \cdot k_{\text{eff}} N_A \cdot \sigma_{\text{bor}} + 1000 \cdot k_{\text{eff}} B2 \cdot L2_m \cdot N_A \cdot \sigma_{\text{bor}})} \quad C_{\text{bor}} = 2.209 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\text{mole}}{\text{liter}}$$

$$M_{\text{wB}} := 10.81 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1} \quad M_{\text{wH}} := 1.008 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1} \quad M_{\text{wO}} := 16.00 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1}$$

$$M_{\text{wH}_3\text{BO}_3} := M_{\text{wH}} \cdot 3 + M_{\text{wB}} + M_{\text{wO}} \cdot 3$$

$$c_{\text{borsyra}} := C_{\text{bor}} \cdot M_{\text{wH}_3\text{BO}_3} \quad c_{\text{borsyra}} = 0.014 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{liter}}$$

3. För att åldersbestämma en del av en borrhärd från Trollfältet tog man ut en liten kalkitkristall ur borrhärden. Ur denna kristall skars sedan två mycket tunna skivor. Skiva nr 1 etsades så att spår från spontant fissionerat ^{238}U kunde räknas i mikroskop (ett spår bildas per fission). Man fann i medeltal 65 st/mm³. Skiva nr 2 bestrålades under 19 minuter i ett rent termiskt neutronflöde på 2.9×10^{16} n/cm²s. Efter etsning av denna skiva fann man i medeltal 97 fissionsspår per mm³. Detta beror på att kalkit kristallen innehåller uran. Beräkna kristallens ålder om ^{238}U undergår spontan fission i $5.45 \times 10^{-5}\%$ av alla sönderfall. (10p).

OBS: ^{238}U har spontan fission, men den från ^{235}U kan försummas. ^{235}U fissionerar med termiska neutroner, men termisk fission av ^{238}U är försumbar.

$$\phi := 2.9 \cdot 10^{16} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1} \quad \sigma_f := 582 \cdot 10^{-28} \cdot \text{m}^2 \quad N_{\text{fiss}} := (97 - 65) \cdot \text{mm}^{-3} \quad t_{\text{irr}} := 19 \cdot 60 \cdot \text{sec}$$

$$N_{\text{fiss}} = \phi \cdot \sigma_f \cdot N_{235} \cdot t_{\text{irr}} \quad N_{235} := \frac{N_{\text{fiss}}}{\left[\phi \cdot (\sigma_f \cdot t_{\text{irr}}) \right]} \quad N_{235} = 1.663 \cdot 10^{16} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$x_F := 0.72\% \quad N_{238} := \frac{N_{235}}{x_F} \quad N_{238} = 2.31 \cdot 10^{18} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$t_{\text{halv}238} := 4.468 \cdot 10^9 \cdot \text{yr} \quad \text{Fig. 5.1 i läroboken} \quad \lambda_{238} := \frac{\ln(2)}{t_{\text{halv}238}} \quad \Delta N_{238} := 33 \cdot \text{mm}^{-3}$$

Antal fissionsspår, ΔN_{238} , från radioaktivt sönderfall av ^{238}U under tiden t ges nu av sambandet:

$$\text{Fissandel} := 5.45 \cdot 10^{-5} \% \quad \Delta N_{238} = \text{Fissandel} \cdot (N_{238} \cdot \exp(\lambda_{238} \cdot t) - N_{238})$$

$$t := \frac{\ln \left[\frac{(\Delta N_{238} + \text{Fissandel} \cdot N_{238})}{(\text{Fissandel} \cdot N_{238})} \right]}{\lambda_{238}} \quad t = 5.264 \cdot 10^{15} \cdot \text{sec} \quad t = 1.668 \cdot 10^8 \cdot \text{yr}$$

Har sönderfall av ^{235}U via spontan fission någon betydelse?

$$\lambda_{235} := \frac{\ln(2)}{7.04 \cdot 10^8 \cdot \text{yr}} \quad \Delta N_{235} := N_{235} \cdot (e^{\lambda_{235} \cdot t} - 1) \cdot 7.0 \cdot 10^{-9} \% \quad \Delta N_{235} = 2.078 \cdot 10^{-4} \cdot \text{mm}^{-3}$$

Svaret är således nej.

4. ASEA-ATOM gav i sin specifikation för BWR-75 följande data: Bränslepinnarnas ytterdiameter = 12.25 mm, vägg tjocklek på kapslingsrören av zircaloy-4 = 0.8 mm, kutsdiameter = 10.44 mm, kutsarnas värmeledningsförmåga = $3 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, kutsdensitet = $10500 \text{ kg UO}_2/\text{m}^3$, högsta värme flödestäthet på kapslingens yta = 1.08 MW/m^2 , ångtemperatur vid mättnadstryck = 286 C . Filmkoefficienten mellan kapsling och kylmedel anges vara $5 \text{ W/cm}^2\text{K}$, samt mellan kuts och höljesrör $1.5 \text{ W/cm}^2\text{K}$. En bränslebox innehåller 64 stavar, varav en måste vara tom och utgöra fäste för spridarna. Med detta bränsle kan reaktorn producera 3000 MW termisk energi. Man diskuterar vid ett tillfälle om det går att öka reaktoreffekten med 20% genom att byta till bränsle med smalare pinnar och behålla samma maximala bränsletemperatur som tidigare. Därvid tänker man även minska kapslingens vägg tjocklek till 0.6 mm, men bibehålla samma avstånd mellan kutsar och kapsling. Ytterligare villkor är att bränslet skall rymmas i samma bränsleboxar som tidigare, att genomströmningsarean för kylvattnet inte får minska, samt att mängden uran i härden skall vara högst möjliga. Vilken diameter på de nya kutsarna skulle detta leda till?

Först tar vi alla mått som gäller för originalpinnarna:

$$\begin{aligned} d_{\text{kuts}} &:= 10.44 \cdot \text{mm} & r_{\text{kuts}} &:= \frac{d_{\text{kuts}}}{2} & d_y &:= 12.25 \cdot \text{mm} & r_y &:= \frac{d_y}{2} & r_{\text{ci}} &:= r_y - 0.8 \cdot \text{mm} \\ r_{\text{kuts}} &= 5.22 \cdot 10^{-3} \cdot \text{m} & r_{\text{ci}} &= 5.325 \cdot 10^{-3} \cdot \text{m} & r_y &= 6.125 \cdot 10^{-3} \cdot \text{m} \\ \text{spalt} &:= r_{\text{ci}} - r_{\text{kuts}} & \text{spalt} &= 1.05 \cdot 10^{-4} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Sedan beräknar vi ett värde på specifika effekten i kutsarna gennom att betrakta 1 m av en pinne:

$$\begin{aligned} l_{\text{pinne}} &:= 1 \cdot \text{m} & A_{\text{pinne}} &:= l_{\text{pinne}} \cdot \pi \cdot d_y & A_{\text{pinne}} &= 0.038 \cdot \text{m}^2 \\ p_{\text{pinne}} &:= 1.08 \cdot 10^6 \cdot \text{watt} \cdot \text{m}^{-2} & q_{\text{pinne}} &:= A_{\text{pinne}} \cdot p_{\text{pinne}} & q_{\text{pinne}} &= 4.156 \cdot 10^4 \cdot \text{watt} \\ V_{\text{bränsle}} &:= l_{\text{pinne}} \cdot \pi \cdot r_{\text{kuts}}^2 & V_{\text{bränsle}} &= 8.56 \cdot 10^{-5} \cdot \text{m}^3 \\ q_{\text{bränsle}} &:= \frac{q_{\text{pinne}}}{V_{\text{bränsle}}} & q_{\text{bränsle}} &= 485.533 \cdot \frac{\text{watt}}{\text{mL}} \end{aligned}$$

Nu kan vi beräkna centrumtemperaturen i denna pinne:

$$\begin{aligned} T_{\text{H}_2\text{O}} &:= (286 + 273) \cdot \text{K} & h &:= 5 \cdot \text{watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} & \Delta T_0 &:= q_{\text{bränsle}} \cdot r_{\text{kuts}}^2 \cdot (2 \cdot r_y \cdot h)^{-1} \\ T_{\text{can}} &:= T_{\text{H}_2\text{O}} + \Delta T_0 & k_c &:= 16 \cdot \text{watt} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} & \Delta T_{\text{can}} &:= q_{\text{bränsle}} \cdot r_{\text{kuts}}^2 \cdot (r_y - r_{\text{ci}}) \cdot (2 \cdot r_{\text{ci}} \cdot k_c)^{-1} \\ T_{\text{gap}} &:= T_{\text{can}} + \Delta T_{\text{can}} & \alpha_g &:= 1.5 \cdot \text{watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} & \Delta T_{\text{gap}} &:= q_{\text{bränsle}} \cdot r_{\text{kuts}}^2 \cdot (2 \cdot \alpha_g)^{-1} \\ T_{\text{kutsyta}} &:= T_{\text{gap}} + \Delta T_{\text{gap}} & k_f &:= 3 \cdot \text{watt} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} & T_{\text{max}} &:= T_{\text{kutsyta}} + q_{\text{bränsle}} \cdot r_{\text{kuts}}^2 \cdot (4 \cdot k_f)^{-1} \\ \Delta T_0 &= 21.6 \cdot \text{K} & T_{\text{can}} &= 580.6 \cdot \text{K} & \Delta T_{\text{can}} &= 62.113 \cdot \text{K} & T_{\text{gap}} &= 642.713 \cdot \text{K} \\ \Delta T_{\text{gap}} &= 84.483 \cdot \text{K} & T_{\text{kutsyta}} &= 727.195 \cdot \text{K} & T_{\text{max}} &= 1829.7 \cdot \text{K} \end{aligned}$$

Våra nya pinnar skall således klara 20% högre värde på $q_{\text{bränsle}}$ om vi antar att övriga villkor kan uppfyllas och att effektfördelningen i härden har samma form som tidigare. Nu har vi bara $r_{\text{kuts}2}$ som obekant och kan beräkna denna. Enklast är att söka ett nollställe för F enligt nedan:

$$\begin{aligned} q_{\text{bränsle}2} &:= 1.20 \cdot q_{\text{bränsle}} & r_{\text{kuts}2} &:= 4.766 \cdot \text{mm} & \text{Här användes "trial and error" att söka } F=0 \\ r_{\text{ci}} &:= r_{\text{kuts}2} + \text{spalt} & r_y &:= r_{\text{ci}} + 0.6 \cdot \text{mm} \\ \Delta T_0 &:= q_{\text{bränsle}2} \cdot r_{\text{kuts}2}^2 \cdot (2 \cdot r_y \cdot h)^{-1} & \Delta T_{\text{can}} &:= q_{\text{bränsle}2} \cdot r_{\text{kuts}2}^2 \cdot (r_y - r_{\text{ci}}) \cdot (2 \cdot r_{\text{ci}} \cdot k_c)^{-1} \\ \Delta T_{\text{gap}} &:= q_{\text{bränsle}2} \cdot r_{\text{kuts}2}^2 \cdot (2 \cdot \alpha_g)^{-1} & \Delta T_{\text{bränsle}} &:= q_{\text{bränsle}2} \cdot r_{\text{kuts}2}^2 \cdot (4 \cdot k_f)^{-1} \\ F &:= T_{\text{max}} - (T_{\text{H}_2\text{O}} + \Delta T_0 + \Delta T_{\text{can}} + \Delta T_{\text{gap}} + \Delta T_{\text{bränsle}}) & F &= 0.123 \cdot \text{K} \end{aligned}$$

Eftersom den fria arean i en box i stort är oberoende av hur många cylindriska stavar som vi plockar in är detta inget problem som vi behöver bekymra oss om så länge som dessa stavar placeras i noderna i ett kvadratisk nät. Mängden uran i härden kan vi inte påverka om vi inte avviker från det kvadratiske mönstret i boxarna.

5. En tungvattenmodererad avancerad termisk reaktor (ATR) har ^{239}Pu som klyvbart material i en matris av rent $^{238}\text{UO}_2$. Vid återstart efter ett kort stopp fördubblas effekten på 11.5 sekunder. Reaktorn har en cylindrisk form med höjd = diameter = 5 m. Bränslet kan antagas vara homogent fördelat över volymen, termiska utnyttjandefaktorn är 0.85, och snabbfissionsfaktorn är 1.006. Beräkna k_∞ .

Lösning:

$$t_{\text{dubbl}} := 11.5 \cdot \text{sec}$$

$$2 = \exp\left(\frac{t_{\text{dubbl}}}{t_{\text{per}}}\right) \quad t_{\text{per}} := \frac{t_{\text{dubbl}}}{\ln(2)} \quad t_{\text{per}} = 16.591 \cdot \text{sec} \quad \theta_{\text{eff}} := 10^{-3} \cdot \text{sec} + 0.033 \cdot \text{sec}$$

$$t_{\text{per}} = \frac{\theta_{\text{eff}}}{(k_{\text{eff}} - 1)} \quad k_{\text{eff}} := \frac{(t_{\text{per}} + \theta_{\text{eff}})}{t_{\text{per}}} \quad k_{\text{eff}} = 1.002$$

$$b := 5 \cdot \text{m} \quad B2 := 33 \cdot b^{-2} \quad B2 = 1.32 \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\text{För tungt vatten som moderator gäller:} \quad \tau := 0.0115 \cdot \text{m}^2 \quad L_{\text{m}2} := 2.89 \cdot \text{m}^2$$

$$\text{Den termiska utnyttjandefaktorn } f \text{ ges som:} \quad f := 0.85$$

$$L2 := L_{\text{m}2} \cdot (1 - f) \quad L2 = 0.434 \cdot \text{m}^2$$

$$k_{\text{eff}} = \frac{k_{\text{inf}}}{(1 + B2 \cdot (L2 + \tau))} \quad k_{\text{inf}} := k_{\text{eff}} (1 + B2 \cdot L2 + B2 \cdot \tau) \quad k_{\text{inf}} = 1.591$$