

Lösningar till: Tentamen i Tillämpad Kärnkemi den 4 juni 1992

1. Vatten till en anläggning för produktion av 99% D₂O via två-temperatur-destillation av H₂S innehåller väte som består av 99.985% ¹H, 0.015% D och en atom T per 10¹⁸ atomer ¹H. Det avrikade vattnet antages ha en väte-isotophalt på 0.005% D. a) Vart tar ingående T vägen? Motivera svaret. b) Hur många ideala steg erfordras i kall och i varm kolonn om processen kan betraktas som två kopplade ideala kaskader? (max 5p). Svar: a) Praktiskt taget allt T hamnar i D₂O produkten eftersom isotopieffekten blir större ju större massan skiljer mellan två isotoper av samma grundämne. b) Råvaran, produkten och avfallet har följande isotopbråk för D:

$$x_F := 0.015 \cdot \% \quad x_P := 0.99 \cdot \% \quad x_W := 0.005 \cdot \%$$

$$N_P \cdot \ln(\alpha_P) = \ln \left[\frac{x_P \cdot (1 - x_F)}{x_F \cdot (1 - x_P)} \right] \quad \frac{x_P \cdot (1 - x_F)}{x_F \cdot (1 - x_P)} = 66.65 \quad N_W \cdot \ln(\alpha_W) = \ln \left[\frac{x_F \cdot (1 - x_W)}{x_W \cdot (1 - x_F)} \right]$$

$$\frac{x_F \cdot (1 - x_W)}{x_W \cdot (1 - x_F)} = 3 \quad N_P = \frac{\ln(66.65)}{\ln(\alpha_P)} \quad N_W = \frac{\ln(3)}{\ln(\alpha_W)}$$

2. Ett prov på ett djuphavs sediment med vikten 1 kg befanns innehålla 1.50 mg U, 4.20 mg Th och 6.0 μl He vid STP (1 atm, 0°C). Beräkna åldern på sedimentet. (max 5p). Lösning: Eftersom vi har en relativt hög halt av Th måste vi korrigera för detta. Ett sönderfall av ²³⁵U ger 7 st ⁴He, ett sönderfall av ²³⁸U ger 8 st ⁴He, ett sönderfall av ²³²Th ger 6 st ⁴He. Vi antar normal isotopsammansättning hos U, dvs 0.72% ²³⁵U och 99.2746% ²³⁸U.

$$M_{wU} := 238.03 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1} \quad M_{wTh} := 232.04 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1} \quad R_{\text{gas}} := 0.08206 \cdot \text{liter} \cdot \text{atm} \cdot \text{mole}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$V_{\text{He}} := 6 \cdot 10^{-6} \cdot \text{liter} \quad \text{Temp} := 273.15 \cdot \text{K} \quad \text{Press} := 1 \cdot \text{atm}$$

$$N_A := 6.0221367 \cdot \frac{10^{23}}{\text{mole}} \quad N_{\text{He}} := \frac{\text{Press} \cdot V_{\text{He}}}{R_{\text{gas}} \cdot \text{Temp}} \cdot N_A \quad N_{\text{He}} = 1.612 \cdot 10^{17}$$

$$x_{235} := 0.72 \cdot \% \quad x_{238} := 99.2746 \cdot \% \quad m_U := 1.50 \cdot \text{mg}$$

$$N_{235} := \frac{m_U}{M_{wU}} \cdot x_{235} \cdot N_A \quad N_{238} := \frac{m_U}{M_{wU}} \cdot x_{238} \cdot N_A \quad m_{\text{Th}} := 4.20 \cdot \text{mg}$$

$$N_{\text{Th}} := \frac{m_{\text{Th}}}{M_{wTh}} \cdot N_A \quad N_{235} = 2.732 \cdot 10^{16} \quad N_{238} = 3.767 \cdot 10^{18}$$

$$\lambda_{235} := \frac{\ln(2)}{7.04 \cdot 10^8 \cdot \text{yr}} \quad \lambda_{238} := \frac{\ln(2)}{4.468 \cdot 10^9 \cdot \text{yr}} \quad \lambda_{\text{Th}} := \frac{\ln(2)}{1.41 \cdot 10^{10} \cdot \text{yr}}$$

$$N_{0235} = N_{235} \cdot \exp(\lambda_{235} \cdot \text{Age}) \quad N_{0238} = N_{238} \cdot \exp(\lambda_{238} \cdot \text{Age}) \quad N_{0\text{Th}} = N_{\text{Th}} \cdot \exp(\lambda_{\text{Th}} \cdot \text{Age})$$

$$N_{\text{He}} = \left[\begin{aligned} &(N_{0235} - N_{235}) \cdot 7 \dots \\ &+ (N_{0238} - N_{238}) \cdot 8 \dots \\ &+ (N_{0\text{Th}} - N_{\text{Th}}) \cdot 6 \end{aligned} \right] \quad \text{Nu har vi bara Age som obekant.}$$

$$ff(\text{Age}) := \left[\begin{aligned} &\left[(7 \cdot N_{235} \cdot \exp(\lambda_{235} \cdot \text{Age}) - 7 \cdot N_{235}) \dots \right] - 8 \cdot N_{238} \dots \\ &+ 6 \cdot N_{\text{Th}} \cdot \exp(\lambda_{\text{Th}} \cdot \text{Age}) \end{aligned} \right] - 6 \cdot N_{\text{Th}} - N_{\text{He}}$$

$$\text{Age} := 1.9926437041006 \cdot 10^7 \cdot \text{yr} \quad ff(\text{Age}) = -1.248 \cdot 10^4$$

Tiden erhålles antingen genom provning eller grafisk lösning.

Svar: 2*10⁷ år

3. En kokvattenreaktor reglerar normalt själv effekten så att en konstant medelhalt ånga finns i härden vid ett givet läge på styrväxarna. a) Förklara varför detta sker. b) Hur ändras effekten om vattenflödet genom härden ökas? Motivera svaret. (max 4p). Svar: a) Eftersom vatten i härden fungerar som moderator kommer en ökande halt ånga (minskande halt vatten) att minska modereringen av neutronerna varigenom tvärsnittet minskar, reaktionshastigheten sjunker, effekten minskar, vilket ger lägre ångbildning. Minskade ånghalt har motsatt verkan. b) Eftersom ånghalten strävar efter att vara konstant stiger ångbildningshastigheten när vattenhastigheten ökar, vilket medför en högre reaktoreffekt.

4. Ett neutronflöde antages ha en med energin linjärt avtagande intensitet i energiintervallet 0.05 - 0.1 eV. Flödet vid 0.1 eV är hälften av flödet vid 0.05 eV. Naturligt mangan har ett (n,γ) tvärsnitt som följer 1/v-lagen. Vad är det effektiva medeltvärsnittet i detta neutronflöde inom det givna energiintervallet? (max 5p)

$$\text{barn} := 10^{-28} \cdot \text{m}^2$$

$$m_n := 1.6749286 \cdot 10^{-27} \cdot \text{kg}$$

$$\text{eV} := 1.60217733 \cdot 10^{-19} \cdot \text{joule}$$

$$\frac{m_n \cdot v_n^2}{2} = E_n$$

$$\sigma(v_n) = \frac{b}{v_n}$$

$$\phi(E_n) = A \cdot E_n + B$$

Vi vet enligt uppgiften att flödet minskar med en faktor 2 i det givna intervallet. Flödets absoluta storlek påverkar däremot inte tvärsnitten.

Antagande om flödet:

$$\phi_1 := 10^{15} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$E_1 := 0.05 \cdot \text{eV}$$

$$\phi_2 := \frac{\phi_1}{2}$$

$$E_2 := 0.1 \cdot \text{eV}$$

$$A := \frac{\phi_1 - \phi_2}{E_1 - E_2}$$

$$B := \phi_1 - A \cdot E_1$$

Nu har vi bestämt de parametrar som ingår i ekvationen för flödet.

$$\sigma_0 := 13.3 \cdot \text{barn}$$

gäller vid 2200 m/s
enl nuklidkartan

$$b := \sigma_0 \cdot 2200 \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$b = 2.926 \cdot 10^{-24} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$v_n = \sqrt{\frac{2 \cdot E_n}{m_n}}$$

$$\sigma(E_n) = \frac{b}{\sqrt{\frac{2 \cdot E_n}{m_n}}}$$

Enligt def.
gäller:

$$\sigma_{avg} = \frac{\int_{E_1}^{E_2} \phi(E_n) \cdot \sigma(E_n) dE_n}{\int_{E_1}^{E_2} \phi(E_n) dE_n}$$

För in $\phi(E_n)$ och $\sigma(E_n)$ och integrera så erhålles.

$$\sigma_{avg} := \frac{\left[\frac{1}{3} \cdot \sqrt{E_2} \cdot (A \cdot E_2 + 3 \cdot B) \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot m_n} - \frac{1}{3} \cdot \sqrt{E_1} \cdot (A \cdot E_1 + 3 \cdot B) \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot m_n} \right]}{\left(B \cdot E_2 + \frac{1}{2} \cdot A \cdot E_2^2 - B \cdot E_1 - \frac{1}{2} \cdot A \cdot E_1^2 \right)}$$

$$\sigma_{avg} = 7.987 \cdot \text{barn}$$

Den som är osäker kan prova med några olika antagna flöden för att visa att detta antagande är betydelselöst, dvs samma resultat erhålles.

5. I Sverige har speciella filtersystem installerats vid samtliga reaktorer för att begränsa verkningarna av ett eventuellt reaktor haveri. a) Vad har dessa för funktion? b) Vilka typer av sådana filter finns det? (max 4p). Svar: a) Tryckavlasta inneslutningen vid ett svårt haveri för att hindra brott på innslutningen. b) Stenkondensor (Barsebäck) och verturiskrubber (övriga reaktorer i Sverige).

6. Hur påverkar explosionens styrka förhållandet mellan antalet överlevande med brännskador och antalet med mekaniska skador efter en kärnvapenexplosion på hög höjd? Varför? (max 4p). Svar: Tryckvågsenergin som leder till mekaniska skador är proportionell mot 3:e roten ur explosionens energiutveckling medan värmestrålningen är proportionell mot kvadratroten ur explosionens energiutveckling. Detta leder till följande samband:

$$n_{Bränn} = k_{br} \cdot \sqrt{Q}$$

$$n_{Mek} = k_{mek} \cdot Q^{\frac{1}{3}}$$

$$R = \frac{n_{Bränn}}{n_{Mek}}$$

$$R = \frac{k_{br} \cdot \sqrt{Q}}{k_{mek} \cdot Q^{\frac{1}{3}}}$$

$$R = \frac{k_{br}}{k_{mek}} \cdot Q^{\frac{1}{6}}$$

7. Man vill komplexbinda aktinider med en oorganisk envärd halogenid anjon. a) Vilken ger kraftigaste komplexet? Motivera varför. b) Varför blir motsvarande komplex starkare för Cm^{3+} än för Pu^{3+} ? (max 4p). Svar: a) Fluoridjon. b) Jonradien för Cm^{3+} är mindre än för Pu^{3+} pga aktinidkontraktionen. Eftersom bindningen i huvudsak är elektrostatisk ger en mindre jonradie starkare komplex.

8. Vilken typ av tank (sfärisk, kubisk, cylindrisk med diameter=höjd) rymmer mest av en given vattenlösning av Pu utan att kriticitet uppstår? (max 4p). Lösning: Eftersom $k_{eff} = k_{inf}/(1+B^2M^2)$ får vi minsta k_{eff} vid största värde på B eftersom M är praktiskt taget oberoende av geometrin.

För en sfär gäller:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \quad r = \left(\frac{3}{4} \cdot V \right)^{\frac{1}{3}} \quad B^2_{sf} = \frac{\pi^2}{r^2} \quad B^2_{sf} = \frac{1}{3} \cdot \pi^2 \cdot 3^{\left(\frac{1}{3}\right)} \cdot \frac{4^{\left(\frac{2}{3}\right)}}{V^{\left(\frac{2}{3}\right)}} = 11.956 \cdot V^{-\frac{2}{3}}$$

För en kub gäller:

$$V = a^3 \quad a = V^{\frac{1}{3}} \quad B^2_{ku} = \frac{3 \cdot \pi^2}{a^2} \quad B^2_{ku} = 3 \cdot \frac{\pi^2}{V^{\left(\frac{2}{3}\right)}} = 29.609 \cdot V^{-\frac{2}{3}}$$

För en cylinder gäller:

$$V = \pi \cdot \left(\frac{b}{2} \right)^2 \cdot b \quad b = \left(\frac{4 \cdot V}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \quad B^2_{cy} = \frac{33}{b^2} \quad B^2_{cy} = \frac{33}{4} \cdot \frac{2^{\left(\frac{2}{3}\right)}}{V^{\left(\frac{2}{3}\right)}} \cdot \pi^{\left(\frac{2}{3}\right)} = 28.091 \cdot V^{-\frac{2}{3}}$$

Eftersom vi önskar största möjliga B^2 för ett givet värde på volymen, V, så erhålls detta uppenbarligen för en kub.

9. En pinne i en bränslepatron har ytterdiametern 1.0 cm. Höljesröret av zircaloy-2 har en vägg tjocklek på 1 mm och värmeledningsförmågan $0.16 \text{ W cm}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Bränslet utgöres av UO_2 med en täthet på 10.5 g/cm^3 och en värmeledningsförmåga på $0.033 \text{ W cm}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Försumma temperatursprånget i gapet mellan hölje och bränsle. Vad blir maximala linjära energi-belastningen i W/cm om centertemperaturen högst får vara 1200°C . Kylmedlet har temperaturen 257°C och denna antages 3°C lägre än pinnens yta? (max 5p)

$$r_c := \frac{1.0 \cdot \text{cm}}{2} \quad r_i := r_c - 1 \cdot \text{mm} \quad r_f := r_i \quad (\text{gapet försummas})$$

$$k_c := 0.16 \cdot \text{watt} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad k_f := 0.033 \cdot \text{watt} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad T_0 := (257 + 273.15) \cdot \text{K}$$

$$dT_0 := 3 \cdot \text{K} \quad T_{can} := T_0 + dT_0 \quad T_{can} = 533.15 \cdot \text{K}$$

$$A_{fuel} := \pi \cdot r_f^2 \quad Omkr := 2 \cdot \pi \cdot r_c \quad r_f = 0.4 \cdot \text{cm}$$

$$dT_{can} = p \cdot r_f^2 \cdot (r_c - r_i) \cdot (2 \cdot r_i \cdot k_c)^{-1}$$

$$T_{centr} := (1200 + 273.15) \cdot \text{K}$$

$$T_{centr} = T_{can} + dT_{can} + p \cdot r_f^2 \cdot (4 \cdot k_f)^{-1}$$

Inför värdet på dT_{can} och hyfsa

$$T_{centr} = T_{can} + \frac{1}{2} \cdot p \cdot r_f^2 \cdot \frac{(r_c - r_i)}{(r_i \cdot k_c)} + \frac{1}{4} \cdot p \cdot \frac{r_f^2}{k_f}$$

Lös ut p och beräkna dess värde

$$p := \frac{-(T_{centr} - T_{can})}{\left[\frac{-1}{2} \cdot \frac{r_f^2}{(r_i \cdot k_c)} \cdot r_c + \frac{1}{2} \cdot \frac{r_f^2}{k_c} - \frac{1}{4} \cdot \frac{r_f^2}{k_f} \right]}$$

$$p = 703.003 \cdot \frac{\text{watt}}{\text{cm}^3}$$

$$P_L := p \cdot A_{fuel}$$

$$P_L = 353.368 \cdot \frac{\text{watt}}{\text{cm}}$$