

Lösningar till: Tentamen i tillämpad kärnkemi 14 mars 1996

1. Hur skiljer sig sammansättningen av Cs-isotoper mellan nedfall från en kärnladdningsexplosion och från ett svårt reaktorhaveri typ Tjernobyl? (5p), Förklara varför med reaktionsformler. (5p)

Svar: Vid en kärnladdningsexplosion bildas i stort sett bara primära klyvningsprodukter såsom ^{137}Cs . I en reaktor sönderfaller isobarkedjan 133 till stabilt ^{133}Cs som sedan reagerar med neutroner till ^{134}Cs . $^{235}\text{U}(n,f)$ nuklider med $A=137$ som sönderfaller till ^{137}Cs ; $^{235}\text{U}(n,f)$ nuklider med $A=133$ som sönderfaller till stabilt ^{133}Cs , sedan $^{133}\text{Cs}(n,\gamma)^{134}\text{Cs}$.

2. 8x8 bränsle till kokvattenreaktorer har 1.25 cm ytterdiameter på pinnarna. Vid övergång till modernare 10x10 bränsle med pinnytterdiameter 8 mm kan man öka effekten hos reaktorn. Reaktorvattnet är 275 C, temperatursprånget mellan vatten och pinnya är 0.5 C, kapslingen av zircaloy-4 har en tjocklek på 0.8 mm, samt maximalt tillåten centrumtemperatur är 1800 C. Antag att värmeledningsförmågan hos bränslekutsarna är 3.5 W/m K oberoende av temperaturen. Försumma gapet mellan bränsle och kapsling. Hur mycket större effekt (%) kan reaktorn ge med det nya bränslet? (10p)

$$T_w := (275 + 273) \cdot K \quad dT_{wpin} := 0.5 \cdot K \quad T_{piny} := T_w + dT_{wpin} \quad T_{piny} = 548.5 \cdot K$$

$$T_c := (1800 + 273) \cdot K \quad r_{yc} := \frac{1.25}{2} \cdot \text{cm} \quad T_c = 2.073 \cdot 10^3 \cdot K$$

$$k_f := 3.5 \cdot \text{watt} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad r_{y1} := \frac{1.25 \cdot \text{cm}}{2} - 0.8 \cdot \text{mm} \quad r_{y1} = 0.545 \cdot \text{cm}$$

$$k_c := 16 \cdot \text{watt} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad dT_{can} = \frac{p_1 \cdot r_{y1}^2 \cdot (r_{yc} - r_{y1})}{2 \cdot r_{y1} \cdot k_c}$$

Ekvation 21.1 ger: $T_c = p_1 r_{y1}^2 / (4 \cdot k_f)$, varför vi kan beräkna p_1 enligt följande:

$$p_1 = \frac{T_c - dT_{can} - T_{piny}}{r_{y1}^2} \cdot 4 \cdot k_f \quad \text{Nu sätter vi in värdet på } dT_{can} \text{ från tidigare ekvation.}$$

$$p_1 = 4 \cdot \frac{\left[T_c - \frac{1}{2} \cdot p_1 \cdot r_{y1} \cdot \frac{(r_{yc} - r_{y1})}{k_c} - T_{piny} \right]}{r_{y1}^2} \cdot k_f$$

$$p_1 := 4 \cdot k_f \cdot \frac{(-T_c + T_{piny})}{r_{y1}} \cdot \frac{k_c}{(-r_{y1} \cdot k_c - 2 \cdot k_f r_{yc} + 2 \cdot k_f r_{y1})} \quad p_1 = 6.752 \cdot 10^8 \cdot \text{watt} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$dT_{can} := \frac{p_1 \cdot r_{y1}^2 \cdot (r_{yc} - r_{y1})}{2 \cdot r_{y1} \cdot k_c} \quad dT_{can} = 91.996 \cdot K$$

Detta ger oss nu yttemperaturen på kutsarna: $T_{kutsy} := T_{piny} + dT_{can} \quad T_{kutsy} = 640.496 \cdot K$

För det nyare 10x10 bränslet blir motsvarande p_2 :

$$r_{y2} := \frac{8 \cdot \text{mm}}{2} - 0.8 \cdot \text{mm} \quad r_{yc2} := \frac{8}{2} \cdot \text{mm} \quad r_{y2} = 0.32 \cdot \text{cm} \quad r_{yc2} = 0.4 \cdot \text{cm}$$

$$p_2 := 4 \cdot k_f \cdot \frac{(-T_c + T_{piny})}{r_{y2}} \cdot \frac{k_c}{(-r_{y2} \cdot k_c - 2 \cdot k_f r_{yc2} + 2 \cdot k_f r_{y2})} \quad p_2 = 1.879 \cdot 10^9 \cdot \text{watt} \cdot \text{m}^{-3}$$

Reaktoreffekten är volymen hos bränslet gånger effekten per volymsenhet. Eftersom reaktorn har ett givet antal bränslepatroner kan vi räkna på 1 meter av en patron för att få en jämförelse av effekterna:

$$h := 1 \cdot m \quad \text{Fall 8x8:} \quad V_1 := \pi \cdot r_{y1}^2 \cdot h \cdot 8 \cdot 8 \quad P_1 := V_1 \cdot p_1 \quad P_1 = 4.032 \cdot 10^6 \cdot \text{watt}$$

$$\text{Fall 10x10:} \quad V_2 := \pi \cdot r_{y2}^2 \cdot h \cdot 10 \cdot 10 \quad P_2 := V_2 \cdot p_2 \quad P_2 = 6.044 \cdot 10^6 \cdot \text{watt}$$

$$\text{Effektökningen blir då:} \quad \frac{P_2 - P_1}{P_1} = 49.89 \cdot \%$$

3. En lösning av $^{233}\text{UO}_2(\text{NO}_3)_2$ i D_2O skall överföras till en stor sfärisk behållare (radie 2 m). Vilken är den minsta halt ^{233}U (mol/liter) som behövs för att behållaren just skall nå kriticitet när den är fylld. Försumma inverkan av väggmaterial och annat omgivande material, antag att resonanspassagefaktorn är 0.9, samt försumma inverkan av nitratonerna. Använd data för PWR spektrum. (10p)

$$b_{\text{arn}} := 10^{-28} \cdot \text{m}^2 \quad N_A := 6.0221367 \cdot \frac{10^{23}}{\text{mole}} \quad k_{\text{eff}} := 1.0 \quad \text{krav för kriticitet}$$

$$\sigma_{233\gamma} := 28 \cdot b_{\text{arn}} \quad \sigma_{233f} := 298 \cdot b_{\text{arn}} \quad v := 2.49 \quad \eta := 2.27$$

$$r := 2 \cdot \text{m} \quad B2 := \pi^2 \cdot r^{-2} \quad \text{ekv (19.21a)}$$

$$f = \frac{\Sigma_{\text{afuel}}}{\Sigma_{\text{afuel}} + \Sigma_{\text{amod}} + \Sigma_{\text{aother}}} \quad \text{ekv (19.13), men:} \quad \Sigma_{\text{amod}} := 0.0080 \cdot \text{m}^{-1}$$

Antag C mol ^{233}U per m^3 lösning: $\Sigma_{\text{afuel}} = C \cdot N_A \cdot (\sigma_{233\gamma} + \sigma_{233f})$ Vi försummar övriga atomslag om halten är låg, varför:

$$f = \frac{\Sigma_{\text{afuel}}}{\Sigma_{\text{afuel}} + \Sigma_{\text{amod}} + \Sigma_{\text{aother}}} \quad \Sigma_{\text{aother}} := 0 \cdot \text{m}^{-1}$$

$$f = C \cdot N_A \cdot \frac{(\sigma_{233\gamma} + \sigma_{233f})}{\left[C \cdot N_A \cdot (\sigma_{233\gamma} + \sigma_{233f}) + \Sigma_{\text{amod}} + \Sigma_{\text{aother}} \right]}$$

$$L2_m := 2.89 \cdot \text{m}^2 \quad \tau := 0.0115 \cdot \text{m}^2 \quad \text{För en homogen reaktor kan vi approximera att och i uppgiften står att:} \quad \varepsilon := 1$$

$$L2 = L2_m \cdot (1 - f) \quad M2 = L2 + \tau \quad p := 0.9$$

$$k_{\text{eff}} = \frac{k_{\text{inf}}}{1 + B2 \cdot M2} \quad k_{\text{inf}} = \eta \cdot \varepsilon \cdot p \cdot f$$

Nu behöver vi bara räkna oss tillbaka till C:

$$1 = \eta \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{f}{(1 + B2 \cdot M2)} \quad 1 = \eta \cdot \frac{f}{(1 + B2 \cdot (L2 + \tau))} \quad 1 = \eta \cdot \frac{f}{\left[1 + B2 \cdot \left[L2_m \cdot (1 - f) + \tau \right] \right]}$$

Efter litet algebra där vi sätter in ekv. för f och löser ut C kommer vi fram till:

$$C := \frac{-\left(\Sigma_{\text{amod}} + \Sigma_{\text{aother}} + B2 \cdot L2_m \cdot \Sigma_{\text{amod}} + B2 \cdot L2_m \cdot \Sigma_{\text{aother}} + B2 \cdot \tau \cdot \Sigma_{\text{amod}} + B2 \cdot \tau \cdot \Sigma_{\text{aother}} \right)}{\left(N_A \cdot \sigma_{233\gamma} + N_A \cdot \sigma_{233f} + B2 \cdot \tau \cdot N_A \cdot \sigma_{233\gamma} + B2 \cdot \tau \cdot N_A \cdot \sigma_{233f} - \eta \cdot N_A \cdot \sigma_{233\gamma} - \eta \cdot N_A \cdot \sigma_{233f} \right)}$$

$$C = 2.678 \cdot \frac{\text{mole}}{\text{m}^3} \quad \text{eller:} \quad C = 2.678 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\text{mole}}{\text{liter}}$$

4. ^{235}U anrikas med gasdiffusion från natururan till 4% i en kaskad med totalt återflöde och 0.3% ^{235}U i det avrikade uranet. Vad blir halten av ^{234}U i den punkt där produkten skulle kunna tas ut (%)? (10p)

$$\alpha_{235} := \sqrt{\frac{238 + 6 \cdot 19}{235 + 6 \cdot 19}} \quad \alpha_{235} = 1.0043 \quad \alpha_{234} := \sqrt{\frac{238 + 6 \cdot 19}{234 + 6 \cdot 19}} \quad \alpha_{234} = 1.0057$$

För anrikningen av ^{235}U gäller nu (N_P skall beräknas):

$$x_F := 0.7200 \cdot \% \quad x_P := 4 \cdot \%$$

$$N_P \cdot \ln(\alpha_{235}) = \ln \left[x_P \cdot \frac{1 - x_F}{x_F (1 - x_P)} \right] \quad N_P := \frac{\ln \left[x_P \cdot \frac{(1 - x_F)}{x_F (1 - x_P)} \right]}{\ln(\alpha_{235})} \quad N_P = 408.539$$

Bara hela steg, varför:

På samma sätt gäller för anrikningen av ^{234}U (N_P är nu känd):

$$x_F := 0.0055 \cdot \% \quad x_P := 409$$

$$N_P \cdot \ln(\alpha_{234}) = \ln \left[x_P \cdot \frac{1 - x_F}{x_F (1 - x_P)} \right] \quad x_P := \alpha_{234}^{N_P} \cdot \frac{x_F}{\left(\alpha_{234}^{N_P} \cdot x_F + 1 - x_F \right)}$$

$$x_P = 5.691 \cdot 10^{-4} \quad \text{eller} \quad x_P = 0.057 \cdot \%$$

5. PWR bränsle anrikat till 3.5% ^{235}U används till en slutlig utbränning på 60 MWd/kg. Antag att det avrikade uranet är 0.3%. Hur stor del av energi-mängden i det natururan som behövdes vid bränsletillverkningen har tagits ut (%)? (10p)

$$x_P := 3.5 \cdot \% \quad x_W := 0.3 \cdot \% \quad x_F := 0.72 \cdot \%$$

Sedan använder vi ekv. (2.49) för att beräkna F för 1 kg bränsle: $P := 1 \cdot \text{kg}$

$$F := P \cdot \frac{x_P - x_W}{x_F - x_W} \quad F = 7.619 \cdot \text{kg} \quad M_W := 238.03 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{mole}} \quad \text{MeV} := 1.60217733 \cdot 10^{-13} \cdot \text{joule}$$

$$Q_{\text{fiss}} := 200 \cdot \text{MeV} \quad Q_{\text{utbr}} := 60 \cdot 10^6 \cdot \text{watt} \cdot \text{day} \quad Q_{\text{utbr}} = 5.184 \cdot 10^{12} \cdot \text{joule}$$

$$N_{\text{utbr}} := \frac{Q_{\text{utbr}}}{Q_{\text{fiss}}} \quad N_{\text{utbr}} = 1.618 \cdot 10^{23} \quad \text{så många U-atomer har fissionerats i ett kg bränsle}$$

Totala energiinnehållet i F kg natururan beräknas sedan på följande sätt:

$$N_{\text{natu}} := \frac{F}{M_W} \cdot N_A \quad N_{\text{natu}} = 1.928 \cdot 10^{25} \quad \text{så många U-atomer finns det i använt natururan}$$

Eftersom vi approximativt kan antaga att fissionenergin i stort är den samma för ^{235}U och ^{238}U får vi:

$$\text{Verkngrad} := \frac{N_{\text{utbr}}}{N_{\text{natu}}} \quad \text{Verkngrad} = 8.393 \cdot 10^{-3} \quad \text{eller} \quad \text{Verkngrad} = 0.839 \cdot \%$$