

Lösningar till: Tentamen i Tillämpad Kärnkemi den 30 mars 1996

1. Vid upparbetning av höganrikat uranbränsle från t.ex. u-båtsreaktorer används en udda variant av PUREX-processen. a) Hur ser flödesschemat ut för denna? (5p), b) Förklara varför denna variant används i stället för något av de vanliga utförandena. (5p)

SVAR: a) Se PUREX typ "Early Split" i utdelade blad. b) Eftersom bränslet bara innehåller några få % av ^{238}U bildas nästan inget Pu, varför utvinning av Pu är ointressant.

2. Shippingport reaktorn har använt bränsle bestående av $^{239}\text{PuO}_2$ i en matris av $^{232}\text{ThO}_2$. I detta bränsle bildas bland annat ^{231}Pa . Härled ett samband mellan maximal halt av ^{231}Pa och neutronflödestätheten? (10p)

Tvärsnitt och halveringstider ges i figur 20.3; $^{232}\text{Th}(n,2n)^{231}\text{Th}$ $\sigma = 0.012$ barn, $^{231}\text{Th}(\beta^-)^{231}\text{Pa}$ $t_{1/2} = 25.5$ timmar, $^{231}\text{Pa}(n,\gamma)^{232}\text{Pa}$ $\sigma = 587$ barn, $^{231}\text{Pa}(\alpha)^{227}\text{Ac}$ $t_{1/2} = 32760$ år, $^{232}\text{Th}(n,\gamma)^{233}\text{Th}$ $\sigma = 31$ barn.

$$\frac{dN_{232\text{Th}}}{dt} = -\left[\phi \cdot (\sigma_{232\text{Th}n2n} + \sigma_{232\text{Th}n\gamma}) + \lambda_{232\text{Th}}\right] \cdot N_{232\text{Th}} \quad t=0 \quad N_{232\text{Th}} = N_{0232\text{Th}}$$

$$\frac{dN_{231\text{Th}}}{dt} = \phi \cdot \sigma_{232\text{Th}n\gamma} \cdot N_{232\text{Th}} - \lambda_{231\text{Th}} \cdot N_{231\text{Th}} \quad t=0 \quad N_{231\text{Th}} = 0$$

$$\frac{dN_{231\text{Pa}}}{dt} = -\phi \cdot \sigma_{231\text{Pa}n\gamma} \cdot N_{231\text{Pa}} + \lambda_{231\text{Th}} \cdot N_{231\text{Th}} - \lambda_{231\text{Pa}} \cdot N_{231\text{Pa}} \quad t=0 \quad N_{231\text{Pa}} = 0$$

$$N_{232\text{Th}} = N_{0232\text{Th}} \cdot e^{-\left[\phi \cdot (\sigma_{232\text{Th}n2n} + \sigma_{232\text{Th}n\gamma}) + \lambda_{232\text{Th}}\right] \cdot t} \quad \sigma_{232\text{Th}} = \sigma_{232\text{Th}n2n} + \sigma_{232\text{Th}n\gamma}$$

Om den effektiva halveringstiden för ^{232}Th ($=\phi \cdot \sigma_{232\text{Th}n\gamma} + \lambda_{232\text{Th}}$) är mycket längre än halveringstiden för ^{231}Th ($=25.5$ timmar) kan vi antaga att radioaktiv jämvikt inträder, dvs $dN_{231\text{Th}}/dt = \phi \cdot \sigma_{232\text{Th}n\gamma} \cdot N_{232\text{Th}}$. Varför:

$$\frac{dN_{231\text{Pa}}}{dt} = -\phi \cdot \sigma_{231\text{Pa}n\gamma} \cdot N_{231\text{Pa}} + \phi \cdot \sigma_{232\text{Th}n2n} \cdot N_{232\text{Th}} - \lambda_{231\text{Pa}} \cdot N_{231\text{Pa}}$$

$$\frac{dN_{231\text{Pa}}}{dt} = -\left(\phi \cdot \sigma_{231\text{Pa}n\gamma} + \lambda_{231\text{Pa}}\right) \cdot N_{231\text{Pa}} + \phi \cdot \sigma_{232\text{Th}n2n} \cdot N_{0232\text{Th}} \cdot e^{-\left(\phi \cdot \sigma_{232\text{Th}} + \lambda_{232\text{Th}}\right) \cdot t}$$

men halveringstiden för ^{232}Th är så lång att denna nuklids sönderfall kan försummas.

$$A = \left(\phi \cdot \sigma_{231\text{Pa}n\gamma} + \lambda_{231\text{Pa}}\right) \quad B(t) = \phi \cdot \sigma_{232\text{Th}n2n} \cdot N_{0232\text{Th}} \cdot e^{-\left(\phi \cdot \sigma_{232\text{Th}}\right) \cdot t}$$

$$\frac{dN_{231\text{Pa}}}{dt} = -A \cdot N_{231\text{Pa}} + B(t) \quad N_{231\text{Pa}} = u \cdot v \quad \frac{dN_{231\text{Pa}}}{dt} = u \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{du}{dt} \cdot v$$

$$u \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{du}{dt} \cdot v + A \cdot u \cdot v = B(t) \quad u \cdot \frac{dv}{dt} + v \cdot \left(\frac{du}{dt} + A \cdot u\right) = B(t) \quad u = e^{-A \cdot t}$$

$$e^{-A \cdot t} \cdot \frac{dv}{dt} = B(t) \quad e^{-A \cdot t} \cdot \frac{dv}{dt} = \phi \cdot \sigma_{232Thn2n} \cdot N_{0232Th} \cdot e^{-(\phi \cdot \sigma_{232Th}) \cdot t}$$

$$dv = e^{A \cdot t} \cdot \phi \cdot \sigma_{232Thn2n} \cdot N_{0232Th} \cdot e^{-(\phi \cdot \sigma_{232Th}) \cdot t} \cdot dt$$

$$dv = e^{A \cdot t} \cdot \phi \cdot \sigma_{232Thn2n} \cdot N_{0232Th} \cdot e^{[-(\phi \cdot \sigma_{232Th}) + A] \cdot t} \cdot dt$$

$$v = \frac{\phi \cdot \sigma_{232Thn2n} \cdot N_{0232Th}}{(-\phi \cdot \sigma_{232Th}) + A} \cdot e^{[-(\phi \cdot \sigma_{232Th}) + A] \cdot t} + C$$

$$N_{231Pa} = \left[\frac{\phi \cdot \sigma_{232Thn2n} \cdot N_{0232Th}}{(-\phi \cdot \sigma_{232Th}) + A} \cdot e^{[-(\phi \cdot \sigma_{232Th}) + A] \cdot t} + C \right] \cdot e^{-A \cdot t} \quad \text{men vid } t=0 \text{ är } N_{231Pa}=0; \text{ varför}$$

$$0 = \left[\frac{\phi \cdot \sigma_{232Thn2n} \cdot N_{0232Th}}{(-\phi \cdot \sigma_{232Th}) + A} \cdot e^{[-(\phi \cdot \sigma_{232Th}) + A] \cdot 0} + C \right] \cdot e^{-A \cdot 0}$$

$$C = -\phi \cdot \sigma_{232Thn2n} \cdot \frac{N_{0232Th}}{(-\phi \cdot \sigma_{232Th} + A)}$$

$$N_{231Pa} = \left[\frac{\phi \cdot \sigma_{232Thn2n} \cdot N_{0232Th}}{(-\phi \cdot \sigma_{232Th}) + A} \cdot e^{[-(\phi \cdot \sigma_{232Th}) + A] \cdot t} + C \right] \cdot e^{-A \cdot t}$$

$$N_{231Pa} = \phi \cdot \sigma_{232Thn2n} \cdot N_{0232Th} \cdot \left[\exp\left[-(\phi \cdot \sigma_{232Th} + A) \cdot t\right] - 1 \right] \cdot \frac{\exp(-A \cdot t)}{(-\phi \cdot \sigma_{232Th} + A)}$$

$$0 = \phi \cdot \sigma_{232Thn2n} \cdot N_{0232Th} \cdot \frac{(-\exp(-t \cdot \phi \cdot \sigma_{232Th})) \cdot \phi \cdot \sigma_{232Th} + A \cdot \exp(-A \cdot t)}{(-\phi \cdot \sigma_{232Th} + A)}$$

$$t = \frac{-\ln\left[\frac{-A}{(-\phi \cdot \sigma_{232Th})}\right]}{(\phi \cdot \sigma_{232Th} - A)} \quad \text{Sätt in värdet på A:} \quad t = \frac{-\ln\left[\frac{(-\phi \cdot \sigma_{231Pa} \gamma - \lambda_{231Pa})}{(-\phi \cdot \sigma_{232Th})}\right]}{(\phi \cdot \sigma_{232Th} - \phi \cdot \sigma_{231Pa} \gamma - \lambda_{231Pa})}$$

Nu kan vi föra in värden på tvärsnitten och sönderfallskonstanterna:

$$barn := 10^{-28} \cdot m^2 \quad \sigma_{231Pa\gamma} := 587 \cdot barn \quad \sigma_{232Thn2n} := 0.012 \cdot barn \quad \sigma_{232Th\gamma} := 31 \cdot barn$$

$$\sigma_{232Th} := \sigma_{232Thn2n} + \sigma_{232Th\gamma}$$

$$\lambda_{231Pa} := \frac{\ln(2)}{32760 \cdot yr}$$

$$t = \frac{-\ln\left[3.225 \cdot 10^{26} \cdot \left[5.87 \cdot 10^{-26} + \frac{6.705 \cdot 10^{-13}}{sec \cdot (\phi \cdot m^2)}\right]\right]}{\left(-5.55988 \cdot 10^{-26} \cdot \phi \cdot m^2 - \frac{6.705 \cdot 10^{-13}}{sec}\right)}$$

$$t = \frac{\ln\left(18.931 + \frac{2.162 \cdot 10^{14}}{\phi}\right)}{5.5599 \cdot 10^{-26} \cdot \phi + 6.705 \cdot 10^{-13}} \cdot sec$$

Med detta uttryck för tiden får vi sedan:

$$\frac{N_{231Pa}}{N_{0232Th}} = \phi \cdot \sigma_{232Thn2n} \cdot \left[\exp\left[-(\phi \cdot \sigma_{232Th} + A) \cdot t\right] - 1 \right] \cdot \frac{\exp(-A \cdot t)}{(-\phi \cdot \sigma_{232Th} + A)} = Rat$$

3. För att förhindra kriticitet vid indunstning av plutonium(IV) nitratlösning i vatten tänker man tillsätta borsyra (H_3BO_3). Indunstaren har en nedre blåsa av sfärisk form med en volym på 100 liter. Ingående lösning har en halt av 10 g/l ^{239}Pu . Vilken minsta borsyrhalt (g/l) bör lösningen ha för blåsan ej skall bli kritisk när den är fylld med lösningen? Antag att 2200 m/s tvärsnittet för bor och plutonium kan användas och försumma inverkan av nitratonerna och övriga beståndsdelar i borsyran. (10p)

I homogena reaktorer kan vi anse att $\epsilon = 1.0$ och $p = 1.0$ eftersom neutronerna modereras innan de kan träffa klyvbara atomer.

Fyrfaktorformeln: $k_{inf} = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f$

För ^{239}Pu gäller: $\eta := 2.108$ $\epsilon := 1$ $p := 1$

$$f = \frac{\Sigma_{Pu}}{\Sigma_{Pu} + \Sigma_{mod} + \Sigma_{bor}}$$

$$\Sigma_{Pu} := \frac{10 \cdot 1000}{239} \cdot (268.8 + 742.5) \cdot 10^{-28} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \cdot m^{-1} \quad \Sigma_{Pu} = 2.548 \cdot m^{-1}$$

$$\Sigma_{mod} := 1.7 \cdot m^{-1}$$

$$\Sigma_{bor} = \frac{C_{bor} \cdot 1000}{10.81} \cdot 759 \cdot 10^{-28} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \cdot m^{-1}$$

$$V := 100 \cdot \text{liter} \quad V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad r := \frac{1}{4} \cdot 3^{\left(\frac{1}{3}\right)} \cdot 4^{\left(\frac{2}{3}\right)} \cdot \frac{V^{\left(\frac{1}{3}\right)}}{\pi^{\left(\frac{1}{3}\right)}} \quad r = 0.288 \cdot m$$

$$B2 := \frac{\pi^2}{r^2} \quad B2 = 119.04 \cdot m^{-2} \quad L2_m := 7.62 \cdot 10^{-4} \cdot m^2 \quad \tau := 0.0028 \cdot m^2$$

$$L2 = L2_m \cdot (1 - f) \quad M2 = L2 + \tau \quad k_{eff} := 1 \quad k_{inf} = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f \quad 1 = \frac{k_{inf}}{1 + B2 \cdot M2}$$

$$1 = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot \frac{f}{(1 + B2 \cdot M2)} \quad 1 = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot \frac{f}{(1 + B2 \cdot (L2 + \tau))} \quad 1 = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot \frac{f}{\left[1 + B2 \cdot \left[L2_m \cdot (1 - f) + \tau\right]\right]}$$

$$f = \frac{\Sigma_{Pu}}{\Sigma_{Pu} + \Sigma_{mod} + \Sigma_{bor}}$$

$$f = \frac{\Sigma_{Pu}}{\left(\Sigma_{Pu} + \Sigma_{mod} + 4.228 \cdot \frac{C_{bor}}{m}\right)}$$

$$1 = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot \frac{\Sigma_{Pu}}{\left[\left(\Sigma_{Pu} + \Sigma_{mod} + 4.228 \cdot \frac{C_{bor}}{m}\right) \cdot \left[1 + B2 \cdot \left[L2_m \cdot \left[1 - \frac{\Sigma_{Pu}}{\left(\Sigma_{Pu} + \Sigma_{mod} + 4.228 \cdot \frac{C_{bor}}{m}\right)}\right] + \tau\right]\right]}\right]}$$

Ur denna ekvation löser vi ut C_{bor} varvid vi får:

$$C_{bor} := -0.074 \quad C_{H3BO3} := \frac{C_{bor}}{10.81} \cdot (3 + 10.81 + 3 \cdot 16)$$

Svar:

$$C_{H_3BO_3} = -0.423 \quad \text{g/l}$$

DVS DET KAN INTE BLI KRITISKT

$$C_{bor} := 0 \quad f := \frac{\sum P_U}{\left(\sum P_U + \sum_{mod} + 4.228 \cdot \frac{C_{bor}}{m} \right)} \quad f = 0.5998$$

4. ^{235}U anrikas med gasdiffusion från återvunnet uran (från PUREX) till 3.5% i en kaskad med totalt återflöde och 0.25% ^{235}U i det avrikade uranet. Det återvunna uranet innehåller 0.8% ^{235}U och 0.2% ^{236}U . Vad blir halten av ^{236}U i den punkt där produkten skulle kunna tas ut (%)? (10p)

$$\alpha_{235} := \sqrt{\frac{238 + 6 \cdot 19}{235 + 6 \cdot 19}} \quad \alpha_{236} := \sqrt{\frac{238 + 6 \cdot 19}{236 + 6 \cdot 19}} \quad x_{F235} := 0.8 \cdot \% \quad x_{F236} := 0.2 \cdot \%$$

$$x_{W235} := 0.25 \cdot \% \quad x_{P235} := 3.5 \cdot \% \\ N_P \cdot \ln(\alpha_{235}) = \ln \left[\frac{x_{P235} \cdot (1 - x_{F235})}{x_{F235} \cdot (1 - x_{P235})} \right] \quad N_P := \frac{\ln \left[x_{P235} \cdot \frac{(1 - x_{F235})}{x_{F235} \cdot (1 - x_{P235})} \right]}{\ln(\alpha_{235})}$$

$$N_P = 351.316 \quad N_P := 352$$

$$N_P \cdot \ln(\alpha_{236}) = \ln \left[\frac{x_{P236} \cdot (1 - x_{F236})}{x_{F236} \cdot (1 - x_{P236})} \right]$$

$$x_{P236} := \exp(N_P \cdot \ln(\alpha_{236})) \cdot \frac{x_{F236}}{(\exp(N_P \cdot \ln(\alpha_{236})) \cdot x_{F236} + 1 - x_{F236})}$$

$$x_{P236} = 5.433 \cdot 10^{-3} \quad x_{P236} = 0.543 \cdot \%$$

5. Sverige hade år 1991 en installerad effekt i form av BWR reaktorer på 21735 MW_{th}. Utnyttjandefaktorn var i medeltal 78% under året och medelutbränningen 38 MWd/kg U. Bränslets medelanrikning var 3.3%. Anrikning av bränslet skedde med gascentrifuger i Sovjetunionen (avrikat uran innehöll 0.3% ^{235}U). Hur stor mängd natururan motsvarade 1991 års el-produktion i dessa reaktorer? (10p)

$$Q := 21735 \cdot 10^6 \cdot \text{watt} \cdot 78 \cdot \% \cdot \text{yr} \quad Q = 5.35 \cdot 10^{17} \cdot \text{joule}$$

$$U_{tb} := 38 \cdot 10^6 \cdot \text{watt} \cdot \text{day} \cdot \text{kg}^{-1} \quad U_{tb} = 3.283 \cdot 10^{12} \cdot \text{joule} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$m_{ubr} := \frac{Q}{U_{tb}} \quad m_{ubr} = 1.629 \cdot 10^5 \cdot \text{kg}$$

$$m_{ubr} \cdot 3.3 \cdot \% + m_{avr} \cdot 0.3 \cdot \% = (m_{ubr} + m_{avr}) \cdot 0.71 \cdot \%$$

$$m_{avr} := 6.31707 \cdot m_{ubr}$$

$$m_{natu} := m_{avr} + m_{ubr} \quad m_{natu} = 1.192 \cdot 10^6 \cdot \text{kg} \quad m_{natu} = 1.192 \cdot 10^3 \cdot \text{tonne}$$