

Lösningar till: Tentamen i tillämpad kärnkemi den 9 mars 1997 kl 0845 - 1245

1. Man tänker indunsta en utspädd lösning av $^{233}\text{UO}_2(\text{NO}_3)_2$ i vanligt vatten i en 20-liters rundkolv. För att förhindra oavsiktlig kriticitet tänker man börja med att fylla kolven med en lösning av borsyra. Efterhand som vatten kokar bort tillförs mer uranylratlösning så att kolven alltid är full tills en slutkoncentration på ca 200 g uran per liter uppnåtts. Använd moderatordata för rent vatten och tvärsnitt för termiska neutroner, samt försumma inverkan av nitratjoner etc. Vilken minsta koncentration av borsyra (H_3BO_3 , mol/liter) krävs för full säkerhet mot oavsiktlig kriticitet. (10p)

$$\begin{aligned} \text{barn} &:= 10^{-28} \cdot \text{m}^2 & N_A &:= 6.0221367 \cdot \frac{10^{23}}{\text{mole}} & M_{W233} &:= 233 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{mole}} \\ \sigma_{n\gamma 233} &:= 47.7 \cdot \text{barn} & \sigma_{nf 233} &:= 531.1 \cdot \text{barn} & \sigma_{a233} &:= \sigma_{n\gamma 233} + \sigma_{nf 233} \\ \sigma_{aB} &:= 759 \cdot \text{barn} \end{aligned}$$

$$m_{233} := 200 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{liter}} \quad N_{v233} := \frac{m_{233}}{M_{W233}} \cdot N_A$$

$$\Sigma_{a233} := N_{v233} \cdot \sigma_{a233} \quad \Sigma_{a233} = 29.919 \cdot \text{m}^{-1} \quad \text{Antag } C_{\text{H}_3\text{BO}_3} \text{ mol/m}^3 \text{ av borsyra}$$

$$N_{vB} = C_{\text{H}_3\text{BO}_3} \cdot N_A \quad \Sigma_{aB} = N_{vB} \cdot \sigma_{aB} \quad \Sigma_{aB} = C_{\text{H}_3\text{BO}_3} \cdot N_A \cdot \sigma_{aB}$$

$$f = \frac{\Sigma_{a233}}{\Sigma_{a233} + \Sigma_{amod} + \Sigma_{aB}} \quad \Sigma_{amod} := 1.7 \cdot \text{m}^{-1} \quad \text{antages oberoende av sammansättningen}$$

$$V_{kolv} := 20 \cdot \text{liter} \quad r_{kolv} := \frac{1}{4} \cdot 3^{\left(\frac{1}{3}\right)} \cdot 4^{\left(\frac{2}{3}\right)} \cdot \frac{V_{kolv}^{\left(\frac{1}{3}\right)}}{\pi^{\left(\frac{1}{3}\right)}} \quad r_{kolv} = 0.168 \cdot \text{m}$$

$$B := \sqrt{\frac{\pi^2}{r_{kolv}^2}} \quad L_m := \sqrt{7.62 \cdot 10^{-4}} \cdot \text{m} \quad \tau := 0.0028 \cdot \text{m}^2 \quad L = L_m \cdot \sqrt{1 - f}$$

$$B^2 = 348.074 \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\eta := 2.287 \quad \epsilon := 1 \quad p := 1 \quad k_{inf} = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f \quad k_{eff} := 1 \quad 1 = \frac{k_{inf}}{1 + B^2 \cdot (L^2 + \tau)}$$

$$1 = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot \frac{f}{1 + \frac{\pi^2}{r_{kolv}^2} \cdot [L_m^2 \cdot (1 - f) + \tau]}$$

$$f := \frac{-\left(r_{kolv}^2 + \pi^2 \cdot L_m^2 + \pi^2 \cdot \tau\right)}{\left(-\pi^2 \cdot L_m^2 - \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot r_{kolv}^2\right)} \quad f = 0.878 \quad \text{men} \quad f = \frac{\Sigma_{a233}}{\Sigma_{a233} + \Sigma_{amod} + \Sigma_{aB}}$$

$$f \cdot \Sigma_{a233} = 26.257 \cdot \text{m}^{-1} \quad f \cdot \Sigma_{amod} = 1.492 \cdot \text{m}^{-1} \quad \Sigma_{a233} = 29.919 \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\Sigma_{aB} := \frac{-\left(f \cdot \Sigma_{a233} + f \cdot \Sigma_{amod} - \Sigma_{a233}\right)}{f} \quad \Sigma_{aB} = 2.473 \cdot \text{m}^{-1} \quad \text{men} \quad \Sigma_{aB} = C_{\text{H}_3\text{BO}_3} \cdot N_A \cdot \sigma_{aB}$$

$$C_{\text{H}_3\text{BO}_3} := \frac{\Sigma_{aB}}{(N_A \cdot \sigma_{aB})} \quad C_{\text{H}_3\text{BO}_3} = 54.102 \cdot \frac{\text{mole}}{\text{m}^3} \quad C_{\text{H}_3\text{BO}_3} = 0.054 \cdot \frac{\text{mole}}{\text{liter}}$$

2. En sats bränsle anrikat i Eurodif till 3.1% från natururan kostade 5214 kr/kgU. Kostnaden för konvertering av U_3O_8 till UF_6 anges ha varit 30 kr/kg UF_6 . Anrikningsarbetet kostade 712 kr/kgSWU vid ett avriktat uran som höll 0.2% ^{235}U . Bränsletillverkningen kostade 270 kr/kg U. Hur många kronor per kilo uran är återvunnet uran med 0.6% ^{235}U värt (som U_3O_8) om man använder detta som ersättning för natururanet men betalar samma pris för det färdiga bränslet? (10p)

$$M_{wU} := 238 \quad M_{wF} := 19 \quad M_{wUF6} := M_{wU} + 6 \cdot M_{wF} \quad P := 1 \cdot \text{kg}$$

$$M_{wO} := 16 \quad M_{wU3O8} := 3 \cdot M_{wU} + 8 \cdot M_{wO} \quad M_{wU3O8} = 842.000$$

$$P_{fuel} := 5214 \cdot \text{kg}^{-1} \quad P_{convUF6} := 30 \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$P_{convU} := P_{convUF6} \cdot \frac{M_{wUF6}}{M_{wU}} \quad P_{convU} = 44.370 \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$P_{fabr} := 270 \cdot \text{kg}^{-1} \quad P_{SWU} := 712 \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$x_F := 0.6 \cdot \% \quad x_P := 3.1 \cdot \% \quad x_W := 0.2 \cdot \%$$

$$V(x) := (2 \cdot x - 1) \cdot \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$$

$$F := P \cdot \frac{x_P - x_W}{x_F - x_W} \quad F = 7.250 \cdot \text{kg}$$

$$SWU := V(x_W) \cdot (F - P) + P \cdot V(x_P) - F \cdot V(x_F) \quad SWU = 5.300 \cdot \text{kg}$$

$$5214 = P \cdot P_{fabr} + SWU \cdot P_{SWU} + F \cdot (P_{convU} + P_{natU}) \quad V(x_F) = 5.049 \quad V(x_W) = 6.188$$

$$P \cdot P_{fabr} = 270.000 \quad SWU \cdot P_{SWU} = 3.773 \cdot 10^3 \quad F \cdot P_{convU} = 321.681 \quad V(x_P) = 3.229$$

$$P_{natU} := \frac{(5214 - P \cdot P_{fabr} - SWU \cdot P_{SWU} - F \cdot P_{convU})}{F} \quad P_{natU} = 117.108 \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$P_{U3O8} := \frac{P_{natU} \cdot 3 \cdot M_{wU}}{M_{wU3O8}} \quad P_{U3O8} = 99.305 \cdot \text{kg}^{-1}$$

3. Två kvartsampuller, den ena med 10 mg ThO₂, den andra med 1 mg högre Mn, insluts tillsammans i en 1 mm tjock Cd-folie och bestrålades samtidigt i samma position under 1 timme i JEEP-II reaktorn (Lilleström, Norge). Gammastrålningen från manganprovet mättes 24 timmar efter bestrålningen slut. Analys av γ -spektrum visade att detta prov då innehöll 1145 kBq av ⁵⁶Mn. Tvärsnittet för reaktionen ⁵⁵Mn(n, γ)⁵⁶Mn antages vara 14 barn. Ampullen med ThO₂ öppnades och innehållet löstes i en blandning av salpetersyra och fluorvätesyra. Därefter tillsattes ett överskott av aluminiumnitratlösning för att komplexbinda alla fluoridjoner. Lösningen fick snabbt passera en liten kolonn med brunsten 3 timmar efter bestrålningens slut. Därvid sorberades Pa kvantitativt medan övriga grundämnen passerade. Kolonnen tvättades 10 minuter senare med utspädd salpetersyra och förslöts. Exakt 30 dagar senare öppnades kolonnen och uran eluerades omedelbart med utspädd salpetersyra. Eluatet späddes till 10 ml i en mätkov. Av denna lösning indunstades 0.2 ml på en rostfri planchett och α -strålningen från denna mättes några timmar efter elueringen i en proportionalräknare på α -platån (100% verkningsgrad för α -partiklar). Därvid erhöles 506 pulser över bakgrund under en 24 timmars mätning (aktiviteten från ²³⁴U kan försummas). Reaktionstvårsnittet för ²³²Th(n, γ)²³³Th är 1500 barn. Beräkna tvärsnittet för reaktionen ²³²Th(n, γ)²³³Th. (10p)

$$N_A := 6.0221367 \cdot \frac{10^{23}}{\text{mole}} \quad \sigma_{233Th} := 1500 \cdot 10^{-24} \cdot \text{cm}^2 \quad \sigma_{Mn} := 14 \cdot 10^{-28} \cdot \text{m}^2 \quad Bq := \text{sec}^{-1}$$

$$\lambda_{233Th} := \frac{\ln(2)}{22.3 \cdot \text{min}} \quad \lambda_{233Pa} := \frac{\ln(2)}{27.0 \cdot \text{day}} \quad \lambda_{Mn} := \frac{\ln(2)}{2.58 \cdot \text{hr}} \quad \lambda_{233U} := \frac{\ln(2)}{1.592 \cdot 10^5 \cdot \text{yr}}$$

$$M_{WTh} := 232.04 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{mole}} \quad M_{WO} := 16 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{mole}} \quad M_{WMn} := 54.94 \cdot \frac{\text{gm}}{\text{mole}}$$

$$M_{WThO2} := M_{WTh} + 2 \cdot M_{WO}$$

$$m_{Mn} := 1 \cdot \text{mg} \quad m_{ThO2} := 10 \cdot \text{mg} \quad N_{Mn} := \frac{m_{Mn}}{M_{WMn}} \cdot N_A \quad N_{232Th} := \frac{m_{ThO2}}{M_{WThO2}} \cdot N_A$$

$$t_{irr} := 1 \cdot \text{hr} \quad t_{cool} := 24 \cdot \text{hr}$$

$$R_{Mn} = \phi \cdot \sigma_{Mn} \cdot N_{Mn} \cdot (1 - \exp(-\lambda_{Mn} \cdot t_{irr})) \cdot \exp(-\lambda_{Mn} \cdot t_{cool}) \quad R_{Mn} := 1.145 \cdot 10^6 \cdot Bq$$

$$\phi := \frac{R_{Mn}}{\left[\sigma_{Mn} \cdot \left[N_{Mn} \cdot \left(\exp(-\lambda_{Mn} \cdot t_{cool}) - \exp[-\lambda_{Mn} \cdot (t_{cool} + t_{irr})] \right) \right] \right]} \quad \phi = 2.000 \cdot 10^{13} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$$

$$R_{OU} := \frac{506}{24 \cdot \text{hr}} \cdot 2 \quad R_{OU} = 0.012 \cdot \text{sec}^{-1} \quad N_{OU} := \frac{R_{OU}}{\lambda_{233U}} \quad N_{OU} = 8.489 \cdot 10^{10}$$

$$N_{tOU} := N_{OU} \cdot \frac{10 \cdot \text{mL}}{0.2 \cdot \text{mL}} \quad N_{tOU} = 4.245 \cdot 10^{12}$$

$$N_{tOU} = N_{OPa} \cdot (1 - \exp(-\lambda_{233Pa} \cdot 30 \cdot \text{day}))$$

$$N_{OPa} := \frac{-N_{tOU}}{(-1 + \exp(-30 \cdot \lambda_{233Pa} \cdot \text{day}))} \quad N_{OPa} = 7.904 \cdot 10^{12}$$

Således är antalet ²³³Pa atomer på vår kolonn vid tiden för sorptionen = 7.904*10¹² st. För att komma vidare antar vi att tvärsnittet för ²³²Th(n, γ)²³³Th är X barn.

$$N_{233Th} = \frac{\phi \cdot X \cdot N_{232Th}}{(\lambda_{233Th} + \phi \cdot \sigma_{233Th})} \cdot \left[1 - \exp(-t_{irr} \cdot (\lambda_{233Th} + \phi \cdot \sigma_{233Th})) \right] \quad \text{Vid EOB tiden}$$

Om vi studerar denna ekvation så upptäcker vi att n, γ -reaktionen i ²³³Th kan försummas i jämförelse med sönderfallet ty:

$$\phi \cdot \sigma_{233Th} = 2.999 \cdot 10^{-8} \cdot \text{sec}^{-1} \quad \lambda_{233Th} = 5.180 \cdot 10^{-4} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Vi kan därför förenkla ekvationen till:

$$N_{233Th} = \frac{\phi \cdot X \cdot N_{232Th}}{\lambda_{233Th}} \cdot (1 - \exp(-t_{irr} \cdot \lambda_{233Th}))$$

$$N_{0Pa} = N_{233Pa} + N_{233Th} \cdot (1 - \exp(-3 \cdot \text{hr} \cdot \lambda_{233Th}))$$

Vi försummar sönderfallet av ^{233}Pa under 3 timmar eftersom detta bara är $3/(24 \cdot 27)$ av $t_{1/2}$.

Vi försummar också sönderfallet av ^{233}Pa under den korta bestrålningstiden varför:

$$N_{233Pa} = \int_0^{t_{irr}} \lambda_{233Th} \cdot N_{233Th} dt$$

Vi inför nu tidsfunktionen för antalet atomer ^{233}Th , integrerar och hyfsar varvid vi får:

$$N_{233Pa} = (t_{irr} \cdot \lambda_{233Th} + \exp(-t_{irr} \cdot \lambda_{233Th})) \cdot \phi \cdot X \cdot \frac{N_{232Th}}{\lambda_{233Th}} - \phi \cdot X \cdot \frac{N_{232Th}}{\lambda_{233Th}}$$

Men:

$$1 - \exp(-3 \cdot \text{hr} \cdot \lambda_{233Th}) = 0.996$$

$$N_{0Pa} = N_{233Pa} + N_{233Th} \cdot 0.996$$

$$N_{233Pa} = N_{0Pa} - 0.996 \cdot N_{233Th}$$

Nu kan vi sätta in värdet på N_{233Th} vid bestrålningens slut.

$$N_{233Pa} = N_{0Pa} - 0.996 \cdot N_{233Th}$$

$$N_{233Pa} = N_{0Pa} - 0.996 \cdot \phi \cdot X \cdot \frac{N_{232Th}}{\lambda_{233Th}} \cdot (1 - \exp(-t_{irr} \cdot \lambda_{233Th}))$$

Vi har nu två uttryck för N_{233Pa} varför vi kan sätta dessa lika och lösa ut X:

$$X := 250 \cdot \frac{N_{0Pa}}{\left[\phi \cdot \left[N_{232Th} \cdot (250 \cdot t_{irr} \cdot \lambda_{233Th} + \exp(-1 \cdot t_{irr} \cdot \lambda_{233Th}) - 1) \right] \right]} \cdot \lambda_{233Th}$$

$$X = 4.823 \cdot 10^{-28} \cdot \text{m}^2$$

$$X = 4.823 \cdot \text{barn}$$

4. ASEA-ATOM gav i sin specifikation för BWR-75 följande data: Bränslepinnarnas ytterdiameter = 12.25 mm, vägg tjocklek på kapslingsrören av zircaloy-4 = 0.8 mm, kutsdiameter = 10.44 mm, maximal bränsletemperatur = 1800 C, kutsdensitet = 10500 kg UO₂/m³, högsta värmeflödestäthet på kapslingens yta = 1.08 MW/m², ångtemperatur vid mättnadstryck = 286 C. Om filmkoefficienten mellan kapsling och kylmedel antages vara 5 W/cm²K, samt mellan kuts och höljesrör 1.5 W/cm²K, vilken värmeledningsförmåga hos UO₂ har då ASEA-ATOM använt vid sina beräkningar? (10p)

$$d_{yc} := 12.25 \cdot \text{mm} \quad r_{yc} := \frac{d_{yc}}{2} \quad r_{ic} := r_{yc} - 0.8 \cdot \text{mm} \quad r_{yc} = 6.125 \cdot \text{mm} \quad r_{ic} = 5.325 \cdot \text{mm}$$

$$d_{kuts} := 10.44 \cdot \text{mm} \quad r_{kuts} := \frac{d_{kuts}}{2} \quad r_{kuts} = 5.220 \cdot \text{mm}$$

$$T_{coolant} := (286 + 273.15) \cdot K \quad T_{coolant} = 559.150 \cdot K$$

$$Q_{yc} := 1.08 \cdot 10^6 \cdot \frac{\text{watt}}{\text{m}^2}$$

$$\alpha_{yc} := 5 \cdot \frac{\text{watt}}{\text{cm}^2 \cdot K} \quad \Delta T_{yc} := \frac{Q_{yc}}{\alpha_{yc}} \quad \Delta T_{yc} = 21.600 \cdot K$$

$$A_{kuts} := \pi \cdot r_{kuts}^2 \quad L_{kuts} := 1 \cdot \text{m}$$

$$Y_{can} := L_{kuts} \cdot \pi \cdot d_{yc} \quad Y_{can} = 0.038 \cdot \text{m}^2$$

$$p_{kuts} := \frac{Q_{yc} \cdot Y_{can}}{A_{kuts} \cdot L_{kuts}} \quad \text{Viktigt att beräkna effekten rätt m.a.p. UO}_2\text{-kutsen} \quad p_{kuts} = 4.855 \cdot 10^8 \cdot \frac{\text{watt}}{\text{m}^3}$$

$$k_{can} := 16 \cdot \text{watt} \cdot \text{m}^{-1} \cdot K^{-1}$$

$$\Delta T_{can} := p_{kuts} \cdot r_{kuts}^2 \cdot \frac{r_{yc} - r_{ic}}{2 \cdot r_{ic} \cdot k_{can}} \quad \Delta T_{can} = 62.113 \cdot K$$

$$\alpha_g := 1.5 \cdot \frac{\text{watt}}{\text{cm}^2 \cdot K}$$

$$\Delta T_{gap} := \frac{p_{kuts} \cdot r_{kuts}}{2 \cdot \alpha_g} \quad \Delta T_{gap} = 84.483 \cdot K$$

$$T_{rf} := T_{coolant} + \Delta T_{yc} + \Delta T_{can} + \Delta T_{gap} \quad T_{rf} = 727.345 \cdot K$$

$$T_0 := (1800 + 273.17) \cdot K$$

$$T_0 = T_{rf} + \frac{p_{kuts} \cdot r_{kuts}^2}{4 \cdot k_{kuts}} \quad k_{kuts} := p_{kuts} \cdot \frac{r_{kuts}^2}{(4 \cdot T_0 - 4 \cdot T_{rf})} \quad k_{kuts} = 2.458 \cdot \frac{\text{watt}}{\text{m} \cdot K}$$