

Lösningar till: Tentamen i Tillämpad Kärnkemi den 22 augusti 1998

1. Ett kraftföretag köpte 3.2% anrikat uran från Eurodif anläggningen. Man betalade därvid ett pris på 4182 kr/kg U. Priset för det använda natururanet var 150 kr/kg U_3O_8 , kostnaden för konvertering till UF_6 var 70 kr/kg UF_6 , samt anrikningskostnaden var 600 kr/kgSWU. Vilken isotopsammansättning hade det avrikade uranet? (Försumma halten av ^{234}U vid beräkningarna). (10p).

$$Mw_U := 238.03 \cdot \frac{gm}{mole} \quad Mw_O := 16 \cdot \frac{gm}{mole} \quad Mw_F := 19 \cdot \frac{gm}{mole}$$

$$Mw_{U_3O_8} := 3 \cdot Mw_U + 8 \cdot Mw_O \quad Mw_{UF_6} := Mw_U + 6 \cdot Mw_F$$

$$Pris_{U_3O_8} := 150 \cdot kg^{-1} \quad Pris_{natu} := \frac{Mw_{U_3O_8}}{3 \cdot Mw_U} \cdot Pris_{U_3O_8} \quad Pris_{natu} = 176.887 \cdot kg^{-1}$$

$$Pris_{UF_6} := 70 \cdot kg^{-1} \quad Pris_{conv} := \frac{Mw_{UF_6}}{Mw_U} \cdot Pris_{UF_6} \quad Pris_{conv} = 103.525 \cdot kg^{-1}$$

$$x_F := 0.72 \cdot \% \quad x_P := 3.2 \cdot \% \quad P := 1 \cdot kg$$

$$V(x) := (2 \cdot x - 1) \cdot \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \quad Pris_{tot} = F \cdot (Pris_{natu} + Pris_{conv}) + Pris_{anr}$$

$$F(x_W) := P \cdot \frac{x_P - x_W}{x_F - x_W} \quad W(x_W) := F(x_W) - P \quad \text{Börja ersätta med tidigare uttryck:}$$

$$SWU(x_W) := W(x_W) \cdot V(x_W) + P \cdot V(x_P) - F(x_W) \cdot V(x_F) \quad Pris_{anr}(x_W) := SWU(x_W) \cdot 600 \cdot kg^{-1}$$

$$W(x_W) := P \cdot \frac{x_P - x_W}{x_F - x_W} - P$$

$$SWU(x_W) := \left(P \cdot \frac{x_P - x_W}{x_F - x_W} - P \right) \cdot V(x_W) + P \cdot V(x_P) - P \cdot \frac{x_P - x_W}{x_F - x_W} \cdot V(x_F)$$

$$Pris_{anr}(x_W) := \left[\left(P \cdot \frac{x_P - x_W}{x_F - x_W} - P \right) \cdot V(x_W) + P \cdot V(x_P) - P \cdot \frac{x_P - x_W}{x_F - x_W} \cdot V(x_F) \right] \cdot 600 \cdot kg^{-1}$$

Sök nollstället hos funktionen:

$$XF(x) := \left[P \cdot \frac{x_P - x}{x_F - x} \cdot (Pris_{natu} + Pris_{conv}) \dots + \left[\left(P \cdot \frac{x_P - x}{x_F - x} - P \right) \cdot \left[(2 \cdot x - 1) \cdot \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \right] \dots + P \cdot \left[(2 \cdot x_P - 1) \cdot \ln\left(\frac{x_P}{1-x_P}\right) \right] - P \cdot \frac{x_P - x}{x_F - x} \cdot \left[(2 \cdot x_F - 1) \cdot \ln\left(\frac{x_F}{1-x_F}\right) \right] \right] \cdot 600 \cdot kg^{-1} \right] - 4182$$

$$\text{Gissning:} \quad x_W := 0.1 \cdot \%$$

$$x_W := \text{root}(XF(x_W), x_W) \quad x_W = 3.003 \cdot 10^{-3}$$

$$x_W = 0.3 \cdot \%$$

2. a. Vilka Pu isotoper bildas i en kärnreaktor under normal drift? (2p), b. Genom vilka huvudprocesser bildas dessa? (2p), c. Vad menas med Pu av vapenkvalitet? (1p), d. Varför bör man köra bränslet kort tid om man vill producera Pu av vapenkvalitet? (1p). Svar: a) ^{238}Pu , ^{239}Pu , ^{240}Pu , ^{241}Pu , ^{242}Pu , ^{243}Pu (kortlivad) och ^{244}Pu . b) $^{241}\text{Pu}(\beta^-)^{241}\text{Am}(\alpha)^{237}\text{Np}(n,\gamma)^{238}\text{Np}(\beta^-)^{238}\text{Pu}$ och $^{238}\text{U}(n,\gamma)^{239}\text{U}(\beta^-)^{239}\text{Np}(\beta^-)^{239}\text{Pu}(n,\gamma)^{240}\text{Pu}(n,\gamma)^{241}\text{Pu}(n,\gamma)^{242}\text{Pu}(n,\gamma)^{243}\text{Pu}(n,\gamma)^{244}\text{Pu}$, c) Pu med minst 95% av ^{239}Pu , d) för att minimera uppbyggnaden av andra Pu-isotoper än ^{239}Pu .

3. a. Varför utnyttjas vanligen B_4C i styrtavar till BWR medan en Ag-In-Cd legering oftast används i PWR? (2p), b. Vid användning av MOX-bränsle i en kokvattenreaktor minskar effektiviteten hos styrtavarna på grund av en högre n-energi. Vad kan man då göra för att få effektivare styrtavar? (2p). Svar: a) Borkarbid har bättre egenskaper i system där högre n-energier förekommer medan Ag-In-Cd är bättre i ett mer termiskt n-spektrum. b) Anrika B_4C med avseende på ^{10}B .

4. En pinne med ytterdiametern 0.98 cm i en bränslepatron drivs med en linjär effekt på 45 kW/m. Höljesröret av zircaloy-2 har en vägg tjocklek på 0.7 mm och värmeledningsförmågan $0.16 \text{ W cm}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Bränslet utgöres av UO_2 med en täthet på 10.5 g/cm^3 och en värmeledningsförmåga på $0.033 \text{ W cm}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Värmeöverföringskoefficienten i det 0.1 mm stora gapet mellan hölje och bränsle är $4 \text{ W cm}^{-2} \text{ K}^{-1}$. Vad blir centertemperaturen om kylmedlet har temperaturen 257°C och temperatursprånget till pinnens yta är 5°C ? (10p).

$$r_c := \frac{0.98 \cdot \text{cm}}{2} \quad r_i := r_c - 0.7 \cdot \text{mm} \quad r_f := r_i - 0.1 \cdot \text{mm} \quad T_{\text{vatten}} := (257 + 273.15) \cdot \text{K}$$

$$\Delta T_o := 5 \cdot \text{K} \quad T_{\text{can}} := T_{\text{vatten}} + \Delta T_o \quad T_{\text{can}} = 535.15 \cdot \text{K}$$

$$p := \frac{45000 \cdot \frac{\text{watt}}{\text{m}}}{\pi \cdot r_f^2} \quad p = 852.109 \cdot \frac{\text{watt}}{\text{cm}^3}$$

$$k_c := 0.16 \cdot \text{watt} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad \Delta T_{\text{can}} := p \cdot r_f^2 \cdot (r_c - r_i) \cdot (2 \cdot r_i \cdot k_c)^{-1} \quad \Delta T_{\text{can}} = 74.604 \cdot \text{K}$$

$$T_{\text{ican}} := T_{\text{can}} + \Delta T_{\text{can}} \quad T_{\text{ican}} = 609.754 \cdot \text{K}$$

$$\alpha_g := 4 \cdot \text{watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} \quad \Delta T_{\text{gap}} := p \cdot r_f \cdot (2 \cdot \alpha_g)^{-1} \quad \Delta T_{\text{gap}} = 43.671 \cdot \text{K}$$

$$T_{\text{yfuel}} := T_{\text{ican}} + \Delta T_{\text{gap}} \quad T_{\text{yfuel}} = 653.424 \cdot \text{K}$$

$$k_f := 0.033 \cdot \text{watt} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$T_{\text{center}} := T_{\text{yfuel}} + p \cdot (r_f^2 - 0) \cdot (4 \cdot k_f)^{-1} \quad T_{\text{center}} = 1.739 \cdot 10^3 \cdot \text{K}$$

$$\text{Omvandla till celcius: } T_{\text{cc}} := \frac{T_{\text{center}}}{\text{K}} - 273.15 \quad T_{\text{cc}} = 1465.4 \quad \text{C}$$

5. Vilka åtgärder kan man vidtaga för att skydda sig mot oönskad kriticitet vid kemiskt arbete med större mängder av klyvbart material? Motivera kortfattat var åtgärd. (5p). Svar: i) Begränsa mängden klyvbart material i lokalen, ii) Begränsa mängden modererande material, iii) Begränsa halten till ett högsta värde, iv) Arbeta i en säker geometri, v) Tillföra n-absorberande ämnen t ex Gd eller B.

6. Hur och varför flyttas bränslepatroner mellan olika positioner i härden på en kokvattenreaktor vid årlig omladdning? (5p). Svar: n-flödet är högre i centrum av härden än i periferin. För att få en jämn effektfördelning placeras nytt bränsle (med högst halt klyvbara atomer) relativt långt ut i periferin och äldre bränsle mer centralt. Samtidigt tas bränsle med högst utbränning ut ur härdens mer centrala delar. Detta medför behov att placera om befintliga bränsleelement. Två principer kan nyttjas. i) allt gammalt bränsle tas ut ur härdens centrum, sedan flyttas bränslepatroner systematiskt in mot centrum och det nya bränslet placeras i de lediga platser som uppstår i periferin. ii) för en ännu mer optimal effektfördelning sker en beräkning och sedan uttag och omplacering av bränsle, vilket ger ett mer schackbrädesliknande omflyttningsmönster.

7. En kapsel för slutlagrat bränsle som innehåller 9 bränsleknippen brister vid ett jordskalv som inträffar 6000 år efter deponering av 30 år gammalt bränsle. Innehållet av cesium i kapslingsspalten tvättas omedelbart ut av tillrinnande vatten. Normalt finns ca 50% av all cesium som bildats under reaktordriften i kapslingsspalten. Antag att det effektiva kedjeutbytet är 6.75% för A=133 och 6.60% för A=135. Vad är specifika aktiviteten (Bq/g) hos uttvättad cesium om n,γ-reaktioner i icke-cesium nuklider försummas och bränslet har en utbränning på 45 MWd/kgU, ursprunglig anrikning 4.5%, och suttit i reaktorn under 1000 fulleffektdygn? Använd nuklidkartans reaktionstvärnsnitt. Försumma både bildning och klyvning av transuraner under reaktordriften, samt antag att alla masskedjor leder till grundtillstånd. (10p). Lösning: Vi räknar på 1 kg U och ignorerar ^{137}Cs som bara har 30 års halveringstid.

$$\begin{aligned}
 \text{MeV} &:= 1.60217733 \cdot 10^{-13} \cdot \text{joule} & N_A &:= 6.0221367 \cdot \frac{10^{23}}{\text{mole}} & M_{wU} &:= 238 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1} \\
 Q_{fiss} &:= 200 \cdot \text{MeV} & \text{Utbr} &:= 45 \cdot 10^6 \cdot \text{watt} \cdot \text{day} \\
 N_{fiss} &:= \frac{\text{Utbr}}{Q_{fiss}} & N_{fiss} &= 1.213 \cdot 10^{23} \\
 t_{irr} &:= 1000 \cdot \text{day} & \sigma_{fiss} &:= 583.53 \cdot 10^{-28} \cdot \text{m}^2 \\
 N_{fiss} &= \phi \cdot \sigma_{fiss} \cdot \left(\frac{1 \cdot \text{kg} \cdot 4.5\%}{M_{wU}} \right) \cdot N_A \cdot t_{irr} & \phi &:= \frac{N_{fiss}}{\left(\sigma_{fiss} \cdot \text{kg} \cdot 4.5\% \right) \cdot (N_A \cdot t_{irr})} & \phi &= 2.114 \cdot 10^{17} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}
 \end{aligned}$$

Bildningshastigheterna ges då av:

$$\begin{aligned}
 \text{A=133:} \quad y_{133} &:= 6.75\% & r_{133} &:= \phi \cdot \sigma_{fiss} \cdot \left(\frac{1 \cdot \text{kg}}{M_{wU}} \right) \cdot N_A \cdot y_{133} & r_{133} &= 2.107 \cdot 10^{15} \cdot \text{sec}^{-1} \\
 \text{A=135:} \quad y_{135} &:= 6.6\% & r_{135} &:= \phi \cdot \sigma_{fiss} \cdot \left(\frac{1 \cdot \text{kg}}{M_{wU}} \right) \cdot N_A \cdot y_{135} & r_{135} &= 2.06 \cdot 10^{15} \cdot \text{sec}^{-1}
 \end{aligned}$$

Samtidigt sker en successiv förlust genom n,γ-reaktioner i båda cesiumisotoperna. Vi får då de två diff.ekv.:

$$\begin{aligned}
 \frac{dN_{133}}{dt} &= r_{133} - \phi \cdot \sigma_{133} \cdot N_{133} & \frac{dN_{135}}{dt} &= r_{135} - \phi \cdot \sigma_{135} \cdot N_{135} \\
 \sigma_{133} &:= (2.5 + 26.5) \cdot 10^{-28} \cdot \text{m}^2 & \sigma_{135} &:= 8.7 \cdot 10^{-28} \cdot \text{m}^2
 \end{aligned}$$

Då radioaktivt sönderfall av den mycket långlivade ^{135}Cs inte sker i nämnvärd grad under reaktordriften har denna försumrats i dessa diff.ekv. Eftersom r_{133} och r_{135} är konstanter får vi följande lösningar:

$$\begin{aligned}
 N_{133} &:= \frac{r_{133}}{\phi \cdot \sigma_{133}} \cdot \left(1 - \exp(-\phi \cdot \sigma_{133} \cdot t_{irr}) \right) & N_{133} &= 1.773 \cdot 10^{23} \\
 N_{135} &:= \frac{r_{135}}{\phi \cdot \sigma_{135}} \cdot \left(1 - \exp(-\phi \cdot \sigma_{135} \cdot t_{irr}) \right) & N_{135} &= 1.766 \cdot 10^{23} \\
 Bq &:= \text{sec}^{-1} & M_{w133} &:= 133 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1} & M_{w135} &:= 135 \cdot \text{gm} \cdot \text{mole}^{-1} \\
 t_{h135} &:= 2 \cdot 10^6 \cdot \text{yr} & \lambda_{135} &:= \frac{\ln(2)}{t_{h135}} & \lambda_{135} &= 1.098 \cdot 10^{-14} \cdot \text{sec}^{-1}
 \end{aligned}$$

$$R_{135} := \lambda_{135} \cdot N_{135}$$

$$R_{135} = 1.939 \cdot 10^9 \cdot \text{Bq}$$

Den långa halveringstiden hos ^{135}Cs gör att vi kan försumma dess avklingning under 6030 år.

$$m_{\text{cesium}} := \frac{N_{133}}{N_A} \cdot M_{w133} + \frac{N_{135}}{N_A} \cdot M_{w135}$$

$$m_{\text{cesium}} = 0.079 \cdot \text{kg}$$

$$S_{\text{cesium}} := \frac{R_{135}}{m_{\text{cesium}}}$$

$$S_{\text{cesium}} = 2.463 \cdot 10^{10} \cdot \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$$